



مجموعه سوالات چهارگزینه‌ای هندسه ۳ دوازدهم ریاضی

گردآوری شده توسط: مهدی فرشی

تمام سوالات موجود در این جزوه از بین سوالات
آزمون‌های معتبری مانند کنکور سراسری، کنکور
آزاد، قلمچی، گاج، گزینه دو، مرآت، گاما و
کنکورهای آزمایشی استان یزد انتخاب شده‌اند.

این جزوه در ۲ قسمت تهیه شده است. در قسمت
اول سوالات آموزشی قرار دارند که دانش‌آموزان
باید بدون در نظر گرفتن وقت آنها را حل کرده
و سپس در کلاس رفع اشکال کنند. در قسمت
دوم خودآزمایی‌ها قرار دارند که پس از اتمام حل
سوالات آموزشی یک مبحث باید با در نظر گرفتن
وقت پیشنهادی حل شوند.

فهرست مندرجات

۱	ماتریس و کاربردها	۱
۱	۱.۱ ماتریس و اعمال روی ماتریس‌ها	۱
۴	۲.۱ وارون ماتریس و دترمینان	۴
۹	۲ آشنايي با مقاطع مخروطی	۹
۹	۱.۲ آشنايي با مقاطع مخروطی و مکان هندسی	۹
۱۱	۲.۲ دایره	۱۱
۱۳	۳.۲ بیضی و سهمی	۱۳
۱۳	۱.۳.۲ بیضی	۱۳
۱۵	۲.۳.۲ سهمی	۱۵
۱۷	۳ بردارها	۱۷
۱۷	۱.۳ معرفی فضای \mathbb{R}^3	۱۷
۱۹	۲.۳ ضرب داخلی و ضرب خارجی بردارها	۱۹
۲۳	۴ خودآزمایی‌ها	۲۳
۲۴	۱.۴ خودآزمایی شماره ۱ (ماتریس و اعمال روی ماتریس‌ها)	۲۴
۲۷	۲.۴ خودآزمایی شماره ۲ (وارون ماتریس و دترمینان)	۲۷
۳۰	۳.۴ خودآزمایی شماره ۳ (آشنايي با مقاطع مخروطی و مکان هندسی)	۳۰
۳۳	۴.۴ خودآزمایی شماره ۴ (دایره)	۳۳
۳۵	۵.۴ خودآزمایی شماره ۵ (دایره)	۳۵
۳۷	۶.۴ خودآزمایی شماره ۶ (دایره)	۳۷

۳۹ خودآزمایی شماره ۷ (بیضی)	۷.۴
۴۲ خودآزمایی شماره ۸ (سهمی)	۸.۴
۴۵ خودآزمایی شماره ۹ (سهمی)	۹.۴
۴۸ خودآزمایی شماره ۱۰ (معرفی فضای \mathbb{R}^3)	۱۰.۴
۵۱ خودآزمایی شماره ۱۱ (ضرب داخلی و ضرب خارجی بردارها)	۱۱.۴
۵۴ خودآزمایی شماره ۱۲ (ضرب داخلی و ضرب خارجی بردارها)	۱۲.۴
۵۶ خودآزمایی شماره ۱۳ (ضرب داخلی و ضرب خارجی بردارها)	۱۳.۴

۵ سؤالات کنکورهای اخیر

۵۹ سؤالات کنکور ۹۸	۱.۵
۵۹ سؤالات رشته ریاضی (داخل کشور)	۱.۱.۵
۶۰ سؤالات رشته ریاضی (خارج از کشور)	۲.۱.۵
۶۲ سؤالات کنکور ۹۹	۲.۵
۶۲ سؤالات رشته ریاضی (داخل کشور)	۱.۲.۵
۶۳ سؤالات رشته ریاضی (خارج از کشور)	۲.۲.۵
۶۴ سؤالات کنکور ۱۴۰۰	۳.۵
۶۴ سؤالات رشته ریاضی (داخل کشور)	۱.۳.۵
۶۵ سؤالات رشته ریاضی (خارج از کشور)	۲.۳.۵
۶۵ سؤالات رشته تجربی (داخل کشور)	۳.۳.۵
۶۶ سؤالات رشته تجربی (خارج کشور)	۴.۳.۵
۶۷ سؤالات کنکور ۱۴۰۱	۴.۵
۶۷ سؤالات رشته ریاضی (داخل کشور)	۱.۴.۵
۶۷ سؤالات رشته ریاضی (خارج از کشور)	۲.۴.۵
۶۸ سؤالات رشته تجربی (داخل کشور)	۳.۴.۵
۶۸ سؤالات رشته تجربی (خارج کشور)	۴.۴.۵

۶ پاسخنامه

۶۹

۶) اگر $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} \times A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ 3 & 1 & -1 \\ d & e & f \end{bmatrix}$ باشد، حاصل $a+b+e$ کدام است؟

- ۲۱ (۴) ۱۸ (۳) ۱۵ (۲) ۱۱ (۱)

۷) اگر $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \times A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \times A = \begin{bmatrix} 8 & 9 \\ 1 & 9 \end{bmatrix}$ حاصل، A کدام است؟

- $\begin{bmatrix} 1 & 9 \\ -1 & -9 \end{bmatrix}$ (۱) $\begin{bmatrix} 1 & -9 \\ -1 & 9 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} -1 & 9 \\ -1 & -9 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} -1 & -9 \\ 1 & 9 \end{bmatrix}$ (۴)

۸) اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ ، در ماتریس $(A+I)(A-I)$ عضو $(2,2)$ کدام است؟

آزاد ۷۳

- ۴ (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) ۰ (۴)

۹) مجموع درایه‌های ماتریس $A = \begin{bmatrix} \cos \frac{\pi}{6} & -\sin \frac{\pi}{6} \\ \sin \frac{\pi}{6} & \cos \frac{\pi}{6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \frac{\pi}{12} & -\sin \frac{\pi}{12} \\ \sin \frac{\pi}{12} & \cos \frac{\pi}{12} \end{bmatrix}$ کدام است؟

- صفر (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴)

۱۰) ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \cdots \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 10 & 1 \end{bmatrix}$ برابر است با:

- $\begin{bmatrix} 1 & 10 \\ 55 & 1 \end{bmatrix}$ (۱) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 11 & 1 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 55 & 10 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 1 & 10 \\ 55 & 1 \end{bmatrix}$ (۴)

۱۱) اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 5 \end{bmatrix}$ باشد، ماتریس A با چه تعداد از ماتریس‌های زیر تعویض پذیر است؟

- الف) $2A+I$ ب) A^2-I پ) A^2 ت) A^2+I

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۲) اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های ماتریس A^{12} کدام است؟

- ۲۱۲ (۱) ۲۱۱ (۲) 3×2^{11} (۳) 3×2^{12} (۴)

۱۳) اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ و $A^{1381} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ باشد، حاصل $a + b + c + d$ کدام است؟

- ۱۳۸۱ (۱) ۱۳۸۲ (۲) ۱۳۸۳ (۳) ۱۳۸۴ (۴)

۱۴) هرگاه $A = \begin{bmatrix} m & m+1 \\ 1-m & -m \end{bmatrix}$ باشد، A^{1380} برابر کدام است؟

- A (۱) I (۲) $-I$ (۳) o (۴)

۱۵) فرض کنید $A = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ ، کوچکترین عدد طبیعی n که $(AB)^n = I$ باشد کدام است؟

- ۴ (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۲ (۴)

۱۶) اگر رابطه‌ی $A = B + C$ بین ماتریس‌های A ، B و C برقرار باشد، حاصل $A^2 + B^2 - AB - BA$ کدام است؟

- $-C^2$ (۱) C^2 (۲) o (۳) C (۴)

۱۷) اگر A یک ماتریس مربعی و I ماتریس همانی هم‌مرتبه با A باشد به طوری که $A^2 = I - A$ ماتریس A^4 برابر کدام است؟

- $2A - 3I$ (۱) $3I - 2A$ (۲) $3A - 2I$ (۳) $2I - 3A$ (۴)

۱۸) A و B دو ماتریس مربعی هم‌مرتبه هستند به طوری که $AB - BA = I$ ، حاصل $AB^2 - B^2A$ همواره کدام است؟

- B (۱) $2B$ (۲) $-B$ (۳) $-2B$ (۴)

۱۹) اگر A و B دو ماتریس متمایز باشند به طوری که $AB = A$ و $BA = B$ ، آنگاه ماتریس B^2 برابر کدام است؟

- I (۱) A (۲) B (۳) $-I$ (۴)

۲۰) اگر $A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 8 \\ 4 & 18 \end{bmatrix}$ ، $B^2 = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$ و $A - B = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل $AB + BA$ کدام است؟

- $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 12 & 15 \end{bmatrix}$ (۱) $\begin{bmatrix} -1 & 12 \\ 0 & 15 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -6 & 21 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 1 & -6 \\ 3 & 21 \end{bmatrix}$ (۴)

۲۱) اگر α و β ریشه‌های معادله‌ی $\begin{bmatrix} x & 2 \\ 1 & -x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 5 \end{bmatrix} = 0$ باشند، حاصل $\alpha^2 + \beta^2$ کدام است؟

- ۸۴ (۱) ۵۴ (۲) ۴۴ (۳) معادله جواب ندارد. (۴)

۲.۱ وارون ماتریس و دترمینان

(۲۲) اگر A و B ماتریس‌های مربعی مرتبه‌ی ۲ باشند به طوری که $A + B = AB$ و $A = \begin{bmatrix} ۲ & ۱ \\ -۱ & -۱ \end{bmatrix}$ وارون ماتریس B کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} -۱ & -۱ \\ ۱ & ۲ \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} ۲ & ۱ \\ ۰ & -۱ \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} ۱ & -۲ \\ -۱ & ۱ \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} ۰ & -۱ \\ ۱ & ۳ \end{bmatrix}$

(۲۳) اگر $A = \begin{bmatrix} ۲ & ۵ \\ ۱ & ۳ \end{bmatrix}$ و I ماتریس واحد باشد، ماتریس B چگونه باشد تا $AB = I$ ؟

(۱) $\begin{bmatrix} ۳ & -۵ \\ -۱ & ۲ \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} ۵ & ۲ \\ ۳ & ۱ \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} \frac{۱}{۲} & \frac{۱}{۵} \\ ۱ & \frac{۱}{۳} \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} -۲ & ۱ \\ -۵ & ۳ \end{bmatrix}$

(۲۴) از رابطه‌ی ماتریسی $\begin{bmatrix} ۴ & ۳ \\ ۲ & ۱ \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} ۵ & ۲ \\ ۳ & ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۳ & ۰ \\ -۱ & ۲ \end{bmatrix}$ ، سطر اول ماتریس A ، کدام است؟

(۱) $[۱۲ \quad -۱۷]$ (۲) $[-۲۱ \quad ۳۰]$ (۳) $[-۱۷ \quad ۳۰]$ (۴) $[۱۲ \quad -۲۱]$

(۲۵) اگر A و B دو ماتریس مربع و هم‌مرتبه باشند به طوری که $A + B = ۲AB$ و A و B ماتریس‌های وارون پذیر باشند، $A^{-1} + B^{-1}$ کدام است؟

(۱) $\frac{۱}{۳}I$ (۲) $۲I$ (۳) I (۴) $-I$

(۲۶) ماتریس $A = \begin{bmatrix} a+۱ & ۱ \\ ۲ & a+۲ \end{bmatrix}$ با چه شرطی وارون پذیر است؟

(۱) $a \neq ۰, ۳$ (۲) $a = ۰, -۳$ (۳) $a = ۰, ۳$ (۴) $a \neq ۰, -۳$

(۲۷) اگر $A = \begin{bmatrix} \frac{۱}{۲} & -\frac{۱}{۲} \\ -\frac{۱}{۲} & \frac{۱}{۲} \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه به ازای کدام مجموعه‌ی مقادیر λ ، ماتریس $I - \lambda A$ وارون پذیر است؟

(۱) $\{۱\}$ (۲) $\mathbb{R} - \{۱\}$ (۳) \mathbb{R} (۴) \emptyset

(۲۸) اگر $A = \begin{bmatrix} a & ۱ \\ -۱ & -a \end{bmatrix}$ ، $a^2 \neq ۱$ باشد، حاصل ماتریس $(A^۴)^{-۱}$ کدام است؟

(۱) $\frac{۱}{a^2-۱} \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix}$ (۲) $\frac{۱}{(a^2-۱)^2} \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix}$ (۳) $\frac{۱}{a^2-۱} \begin{bmatrix} -۱ & ۰ \\ ۰ & -۱ \end{bmatrix}$ (۴) $\frac{۱}{(a^2-۱)^2} \begin{bmatrix} -۱ & ۰ \\ ۰ & -۱ \end{bmatrix}$

۲۹) اگر ماتریس A وارون پذیر و $A^{-1} = A$ باشد، ماتریس $(A + A^{-1})^2$ برابر کدام است؟

۴I (۴

۳I (۳

۲I (۲

I (۱

۳۰) اگر A یک ماتریس مربعی و $A^6 = 0$ باشد، وارون ماتریس $I - A$ کدام است؟

$I - A + A^2 + A^3 - A^4 - A^5$ (۲

$I + A + A^2 - A^3 - A^4 - A^5$ (۱

$I - A - A^2 - A^3 - A^4 - A^5$ (۴

$I + A + A^2 + A^3 + A^4 + A^5$ (۳

۳۱) اگر $P = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ و $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، ماتریس $(P^{-1}AP)^2$ برابر کدام است؟

$\begin{bmatrix} 36 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$ (۴

$\begin{bmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (۳

$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 9 \end{bmatrix}$ (۲

$\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 36 \end{bmatrix}$ (۱

۳۲) اگر دستگاه $\begin{cases} (k-1)x + y = 3 \\ 2x + ky = 1 \end{cases}$ جواب نداشته باشد، k کدام مقادیر می تواند باشد؟

۲، ۱ (۴

۱، ۲ (۳

۱، -۲ (۲

-۱، ۲ (۱

۳۳) اگر دستگاه $\begin{cases} (2m-1)x + 6y = 3 \\ (7-2m)x + 4y = 1 \end{cases}$ یک و فقط یک جواب داشته باشد، m در کدام بازه قرار دارد؟

(۲، ۳) (۴

$[2/5, 3]$ (۳

$[1, 2/5]$ (۲

$[2, 3]$ (۱

۳۴) بی شمار جواب دارد، m کدام است؟ $\begin{cases} (m-1)x + 2y = 6 \\ x + y = m \end{cases}$ دستگاه

صفر (۴

۱ (۳

۲ (۲

۳ (۱

۳۵) به ازای چند مقدار m ، دستگاه معادلات $\begin{cases} (2m+1)x - my = 1 \\ -7mx + (m+6)y = -m \end{cases}$ بی شمار جواب دارد؟

صفر (۴

۱ (۳

۲ (۲

بی شمار (۱

۳۶) دستگاه معادلات $\begin{cases} (m-3)x + 3y = m \\ 4x + (m+1)y = 2 \end{cases}$ به ازای چه مقادیر m غیرممکن است؟

۵ (۴

۳ (۳

-۳ (۲

-۵ (۱

(۳۷) دترمینان ماتریس $A = \begin{bmatrix} \log a & \log b \\ \log b & \log a \end{bmatrix}$ ، کدام است؟

- (۱) $\log ab + \log \frac{a}{b}$ (۲) $2(\log a - \log b)$ (۳) $\log ab \times \log \frac{a}{b}$ (۴) $2 \log a$

(۳۸) اگر $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ a & 1 \end{bmatrix}$ و دترمینان ماتریس $A^2 - 2A$ برابر با ۲۱ باشد، مقدار a کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) ۲ (۲) -۴ (۳) ۱ (۴) ۳

(۳۹) دترمینان ماتریس $A = \begin{bmatrix} \cos 90^\circ & \sin 360^\circ \\ -\sin \frac{7\pi}{2} & \cos 12\pi \end{bmatrix}$ ^{۱۳۹۱} کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۲

سراسری تجربی ۸۷

(۴۰) اگر $A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}$ ، دترمینان ماتریس $A^2 + A$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

(۴۱) اگر $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{bmatrix} \left(A - \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 7 & -4 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه $|A|$ کدام است؟

- (۱) -۹ (۲) ۳ (۳) -۳ (۴) ۹

(۴۲) اگر A ماتریسی مربعی از مرتبه ۲ و $A^2 = -I$ باشد، آنگاه $|I - A|$ کدام می‌تواند باشد؟ ($|A| > 0$)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

(۴۳) اگر $A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ و $B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{4} & 0 \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه مجموع درایه‌های $(A+B)^{-1}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{10}$ (۲) $\frac{1}{10}$ (۳) $-\frac{1}{5}$ (۴) $\frac{5}{6}$

(۴۴) اگر $(A - 2I)^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ ، مجموع درایه‌های ستون دوم ماتریس $A(A - 2I)^{-1}$ کدام است؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۹ (۳) ۵ (۴) ۱۶

(۴۵) اگر $|A| = 1$ و $|I + A| = 3$ باشد، آنگاه $|I + A^{-1}|$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{2}$

(۴۶) اگر $AI = 6I$ باشد، آنگاه $|A|$ کدام است؟

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 4 & -1 & 0 \\ 2 & -5 & 2 \end{bmatrix} \times A \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{bmatrix} = 6I$$

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) -۶ (۴) ۶

(۴۷) اگر $abc \neq 0$ باشد، از معادله‌ی $\begin{vmatrix} 1 & a+1 & b+1 \\ -a & 0 & c \\ -b & -c & 0 \end{vmatrix} = 0$ کدام نتیجه‌گیری صحیح است؟

- (۱) $a+b+c=0$ (۲) $a-b+c=0$ (۳) $a+b-c=0$ (۴) $-a+b+c=0$

(۴۸) اگر $m = \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix}$ باشد، آنگاه حاصل $\begin{vmatrix} \frac{1}{a} & 1 & a \\ \frac{1}{b} & 1 & b \\ \frac{1}{c} & 1 & c \end{vmatrix}$ کدام است؟ ($a, b, c \neq 0$)

- (۱) a (۲) $\frac{m}{abc}$ (۳) $mabc$ (۴) $m+a+b+c$

(۴۹) حاصل $\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 0 & b & b^2 \\ c & 0 & c^2 \end{vmatrix}$ همواره با کدام یک از دترمینان‌های زیر برابر است؟

(۱) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & a \\ 0 & b & b^2 \\ ac & 0 & c^2 \end{vmatrix}$ (۲) $\begin{vmatrix} 1 & a^2 & ab \\ 0 & b & b^2 \\ c & 0 & c^2 \end{vmatrix}$ (۳) $\begin{vmatrix} c & a^2 & a \\ 0 & b^2 & b \\ c & 0 & c^2 \end{vmatrix}$ (۴) $\begin{vmatrix} c & a & a^2 \\ 0 & b & b^2 \\ 1 & 0 & c \end{vmatrix}$

(۵۰) اگر مقدار $\begin{vmatrix} a & b & c \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & x & -1 \end{vmatrix}$ به مقدار c بستگی نداشته باشد، مقدار دترمینان برابر کدام است؟

- (۱) $b+2a$ (۲) $b-2a$ (۳) $3(b+2a)$ (۴) $3(b-2a)$

(۵۱) با افزودن یک واحد به کدام درایه‌ی ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 12 \\ 3 & 7 & 1 \end{bmatrix}$ ، حاصل دترمینان تغییر نمی‌کند؟

- (۱) a_{22} (۲) a_{33} (۳) a_{22} (۴) a_{32}

(۵۲) به ازای کدام مقدار k ، معادله‌ی $\begin{vmatrix} 1 & 0 & x+1 \\ 2 & x+2 & 0 \\ k & 0 & x \end{vmatrix} = 0$ دارای یک ریشه‌ی مضاعف است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

(۵۳) معادله‌ی $\begin{vmatrix} 0 & x-a & x-b \\ a-x & 0 & x-c \\ b-x & c-x & 0 \end{vmatrix} = 0$ دارای چند جواب حقیقی است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) بی‌شمار

(۵۴) اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 3 \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه دترمینان ماتریس $\frac{1}{3}A^3$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) -۴

(۵۵) اگر A ماتریسی اسکالر از مرتبه‌ی ۳ و $|A - I| = |A| - 7$ باشد، آنگاه مجموعه‌ی مقادیر $|A|$ کدام است؟

- (۱) $\{-1, 8\}$ (۲) $\{1, -8\}$ (۳) $\{1, 8\}$ (۴) $\{-1, -8\}$

(۵۶) اگر $A = \begin{bmatrix} |A|^2 & |A| \\ 3 & 4|A| \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه مجموع مقادیر $|A|$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) صفر (۴) -۱

(۵۷) اگر $|A| = 4$ و A یک ماتریس 2×2 باشد، آنگاه $\left| \frac{|A|}{2} A \right| + \left| \frac{2}{|A|} A \right|$ کدام است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۱۶ (۳) ۱۷ (۴) ۱۵

(۵۸) اگر A و B دو ماتریس 3×3 باشند، آنگاه $||B|A| + ||A|B|$ همواره برابر کدام است؟

- (۱) $|B^2| + |A^2|$ (۲) $|AB^3| + |A^3B|$ (۳) $2|A^3B^3|$ (۴) $|AB| + |BA|$

(۵۹) اگر A و B ماتریس‌های وارون‌پذیر و λ یک عدد حقیقی باشد، کدام گزینه در مورد دترمینان آن‌ها نادرست است؟

- (۱) $|A^{-1}| = |A|^{-1}$ (۲) $|AB| = |BA|$ (۳) $|\lambda A| = \lambda|A|$ (۴) $|AB^{-1}| = |A||B^{-1}|$

فصل ۲

آشنایی با مقاطع مخروطی

۱.۲ آشنایی با مقاطع مخروطی و مکان هندسی

۶۰) یک رویه‌ی مخروطی مفروض است. اگر صفحه‌ی P با مولد این رویه موازی باشد و از رأس مخروط عبور نکند، فصل مشترک این صفحه و سطح مخروطی کدام است؟

(۱) سهمی (۲) بیضی (۳) هذلولی (۴) دو خط موازی

۶۱) پاره خط AB و خط d در صفحه مفروض‌اند. اگر امتداد AB بر خط d عمود نباشد، آنگاه چند نقطه در صفحه وجود دارد که از A و B به یک فاصله باشند و فاصله‌ی آنها از خط d برابر با طول پاره خط AB باشد؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۶۲) تعداد نقاطی از صفحه که از نقطه‌ی ثابت A و خط ثابت d به ترتیب به فاصله‌های ثابت r و s باشند، کدام نمی‌تواند باشد؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۶۳) نقطه‌ی A داخل زاویه‌ی xOy قرار دارد. تعداد نقاطی از ناحیه‌ی داخل زاویه‌ی xOy که از دو ضلع زاویه به یک فاصله و از نقطه‌ی A به فاصله‌ی r هستند، کدام گزینه نمی‌تواند باشد؟

(۱) ۲ (۲) ۴ (۳) صفر (۴) ۱

۶۴) نقطه‌ی A و مربعی به ضلع ۲ واحد داخل صفحه مفروض‌اند. چند نقطه روی محیط مربع وجود دارد که از نقطه‌ی A به فاصله‌ی ۱ واحد قرار داشته باشند؟

(۱) دقیقاً ۴ نقطه (۲) حداکثر ۴ نقطه (۳) دقیقاً ۲ نقطه (۴) حداکثر ۲ نقطه

۶۵) در صفحه‌ی مثلث ABC ، چند خط وجود دارد که هر سه نقطه‌ی A ، B و C از آن به یک فاصله باشند؟

(۱) هیچ (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) بی‌شمار

۶۶) مکان هندسی مراکز دوایری که در نقطه‌ی ثابت A بر خط d مماس باشد، چیست؟

(۱) نقطه (۲) یک خط (۳) یک دایره (۴) دو خط

۶۷) در مثلث ABC دایره‌ای به مرکز A و به شعاع یک واحد بر عمود منصف ضلع BC مماس است. چند نقطه در صفحه وجود دارد که از دو سر BC به یک فاصله و از نقطه‌ی A به فاصله‌ی $\frac{3}{4}$ باشد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۶۸) در کدام یک از گزینه‌های زیر مکان هندسی معرفی شده یک خط راست نیست؟

- (۱) مکان هندسی مرکز دایره‌هایی که در یک نقطه‌ی مشخص بر یک خط داده شده، مماس باشد.
 (۲) مکان هندسی نقاطی در فضا که از یک خط داده شده، به فاصله‌ی d باشد.
 (۳) مکان هندسی مرکز تویی که روی یک سطح صاف در امتداد یک خط مستقیم می‌غلند.
 (۴) مکان هندسی نقطه‌ی M وسط ضلع AC از مثلث ABC که در آن ضلع BC و نقطه‌ی H پای ارتفاع وارد بر BC ثابت هستند.

۶۹) در مثلث ABC دو رأس B و C ثابت و مساحت این مثلث نیز ثابت است، مکان هندسی رأس متغیر A کدام است؟

- (۱) یک پاره‌خط (۲) یک نیم‌خط (۳) دو خط (۴) یک خط

۷۰) مکان هندسی نقاطی از صفحه که فاصله‌ی آنها از دو خط متقاطع به یک اندازه است، کدام است؟

- (۱) یک خط (۲) دو خط موازی (۳) دو خط عمود بر هم (۴) یک نقطه

آزاد ۶۹

۷۱) مرکز دایره‌هایی که بر دو خط راست موازی مماس باشند، واقع است بر یک

- (۱) خط (۲) دایره (۳) پاره‌خط (۴) نیم‌دایره

۷۲) مکان هندسی وسط وترهایی به طول l در دایره‌ی $C(O, R)$ ، $(l < 2R)$ ، کدام است؟

(۱) دایره‌ای است به شعاع $\frac{R}{4}$ (۲) دایره‌ای است به شعاع $\frac{l}{4}$

(۳) دایره‌ای است به شعاع $\sqrt{R^2 - \frac{l^2}{4}}$ (۴) تهی است.

۷۳) مکان هندسی نقطه‌ای که از آن نقطه دو مماس عمود بر هم بر دایره‌ی $C(O, R)$ رسم می‌شود، کدام است؟

- (۱) دایره‌ای به شعاع $2R$ (۲) دایره‌ای به شعاع $R\sqrt{2}$ (۳) دایره‌ای به شعاع $R\sqrt{3}$ (۴) تهی است.

۷۴) مکان هندسی وسط پاره‌خط‌هایی که دو سر آنها بر دو صفحه‌ی موازی واقع‌اند، کدام است؟

- (۱) صفحه‌ای عمود بر دو صفحه (۲) خطی موازی دو صفحه

- (۳) صفحه‌ای موازی دو صفحه (۴) خطی عمود بر دو صفحه

۲.۲ دایره

۷۵) فاصله‌ی نقطه‌ی $M(x, y)$ از نقطه‌ی $A(3, 6)$ ، دو برابر فاصله‌ی آن از مبدأ مختصات است. بزرگترین وتر از مکان نقاط M کدام است؟

سراسری تجربی ۹۷

- ۴ $\sqrt{5}$ (۴) ۳ $\sqrt{3}$ (۳) ۲ $\sqrt{5}$ (۲) ۱ $\sqrt{3}$ (۱)

۷۶) سطح دایره‌ی $12 = (2x + 2)^2 + (2y - 4)^2$ در کدام نواحی مختصات قرار دارد؟

- ۱) فقط دوم (۱) ۲) اول، دوم و سوم (۲) ۳) اول و دوم (۳) ۴) هر چهار ربع (۴)

۷۷) مرکز دایره‌ای بر روی نیمساز ناحیه‌ی اول است. اگر این دایره از نقطه‌ی $A(6, 3)$ گذشته و بر خط به معادله‌ی $y = 2x$ مماس شود، شعاع آن کدام است؟

سراسری ریاضی ۹۲

- ۱) $\sqrt{5}$ (۱) ۲) $\sqrt{6}$ (۲) ۳) $2\sqrt{2}$ (۳) ۴) $\sqrt{10}$ (۴)

۷۸) چند دایره وجود دارد که از نقطه‌ی $A = (1, 2)$ بگذرد و در ناحیه‌ی اول مختصات بر هر دو محور x ها و y ها مماس باشد؟

- ۱) هیچ (۱) ۲) ۱ (۲) ۳) ۲ (۳) ۴) بی‌شمار (۴)

۷۹) دو دایره‌ی گذرا بر نقطه‌ی $(2, -9)$ بر هر دو محورهای مختصات مماس است. شعاع دایره‌ی بزرگتر، کدام است؟

سراسری ریاضی ۹۵

- ۱) ۱۴ (۱) ۲) ۱۵ (۲) ۳) ۱۷ (۳) ۴) ۱۹ (۴)

۸۰) به ازای کدام مقدار a ، زاویه‌ی بین خط مماس بر دایره‌ی $x^2 + y^2 - 2x + y = 1$ و خط به معادله‌ی $3x + 2y = a$ در نقطه‌ی تلاقی آنها، 90° درجه است؟

سراسری ریاضی ۹۶

- ۱) ۲ (۱) ۲) ۳ (۲) ۳) ۴ (۳) ۴) ۵ (۴)

۸۱) بیشترین فاصله‌ی نقطه‌ی $A(5, -1)$ از دایره‌ی $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 9 = 0$ کدام است؟

- ۱) ۵ (۱) ۲) ۶ (۲) ۳) ۷ (۳) ۴) ۸ (۴)

۸۲) طول وتری که دایره‌ی $x^2 + y^2 - 2x + y = \frac{19}{5}$ از خط $y - 2x = 0$ جدا می‌کند، کدام است؟

- ۱) ۲ (۱) ۲) ۳ (۲) ۳) ۴ (۳) ۴) ۵ (۴)

۸۳) معادله‌ی دایره به مرکز $C(0, 1)$ که از خط به معادله‌ی $y = 4$ و تری به طول ۸ جدا می‌کند، کدام است؟

۱) $x^2 + y^2 - 2y - 4 = 0$ (۱) ۲) $x^2 + y^2 - 2y - 8 = 0$ (۲)

۳) $x^2 + y^2 - 2y = 24$ (۳) ۴) $x^2 + y^2 - 2y + 24 = 0$ (۴)

۸۴) طول کوتاه‌ترین وتری که از نقطه‌ی $(-3, 1)$ درون دایره‌ی $x^2 + y^2 + 8x - 4y + 4 = 0$ رسم می‌شود، کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{14}$ (۲) $2\sqrt{11}$ (۳) $2\sqrt{13}$ (۴) $2\sqrt{15}$

۸۵) مکان هندسی وسط وترهایی به طول ۴ در دایره‌ی $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 14$ کدام است؟

(۱) $y^2 = 3x - 1$ (۲) $\frac{(x-1)^2}{4} + \frac{(y+1)^2}{9} = 1$

(۳) $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 12$ (۴) $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 16$

سراسری تجربی ۹۳

۸۶) شعاع دایره‌ی گذرا بر سه نقطه‌ی $(0, 0)$ ، $(2, 1)$ و $(1, -2)$ ، برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}\sqrt{10}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{5}$ (۴) $\frac{1}{4}\sqrt{13}$

سراسری ۷۲

۸۷) به ازای کدام مقدار a نمودار معادله‌ی $x^2 + y^2 - 3x + 5y + a = 0$ یک دایره‌ی حقیقی است؟

- (۱) $-2\sqrt{2} < a < 2$ (۲) $0 < a < 20$ (۳) $a < 8/5$ (۴) $a \leq 17$

آزاد ۸۴

۸۸) اگر دایره به معادله‌ی $x^2 + ax + y^2 - 4y = b$ در ربع اول بر محورهای مختصات مماس باشد، $a + 2b$ کدام است؟

- (۱) -8 (۲) -4 (۳) -16 (۴) -12

۸۹) شعاع دایره‌ای که از دو نقطه‌ی $A = (3, 0)$ و $B = (-1, 0)$ گذشته و بر خط $y = -1$ مماس است، کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\frac{5}{2}$

۹۰) شعاع دایره‌ای که از دو نقطه‌ی $(1, 2)$ و $(3, 0)$ گذشته و مرکز آن روی خطی به معادله‌ی $y = 2x - 1$ باشد، کدام است؟

سراسری ۷۵

- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{5}$ (۳) $\sqrt{10}$ (۴) $\sqrt{13}$

۹۱) اگر نقطه‌ی $(2, -1)$ خارج دایره‌ی $x^2 + y^2 - 2x - 4y + m = 0$ باشد آنگاه حدود تغییرات m کدام است؟

- (۱) $m < 5$ (۲) $m > -5$ (۳) $-5 < m < 5$ (۴) $0 < m < 5$

۹۲) دایره‌های $x^2 + y^2 - 4x + 2 = 0$ و $x^2 + y^2 - 4y + 2 = 0$ نسبت به هم

- (۱) متداخل‌اند. (۲) متخارج‌اند. (۳) مماس داخلی‌اند. (۴) مماس خارج‌اند.

۹۳) دو دایره‌ی C و C' در نقطه‌ی $(0, 1)$ مماس برون‌ی هم هستند. اگر قائم‌های بر دایره‌ی C همواره از نقطه‌ی $(2, -3)$ بگذرد،

سراسری ریاضی ۹۴

مرکز دایره‌ی C' با شعاع $\sqrt{5}$ کدام است؟

- (۱) $(-1, 3)$ (۲) $(-1, 2)$ (۳) $(1, -2)$ (۴) $(1, -1)$

۳.۲ بیضی و سهمی

۱.۳.۲ بیضی

۹۴) فاصله‌ی کانونی یک بیضی افقی $\sqrt{3}$ و طول قطر بزرگ آن ۲ است. اگر $O(-1, 1)$ مرکز بیضی باشد، آنگاه کدام خط زیر در یکی از رأس‌ها بر بیضی مماس است؟

$x = \frac{3}{2}$ (۱) $x = -\frac{3}{2}$ (۲) $y = \frac{3}{2}$ (۳) $y = -\frac{3}{2}$ (۴)

۹۵) اگر M و N دو نقطه از بیضی با فاصله‌ی کانونی $6\sqrt{3}$ و قطر کوچک به طول ۶ باشند، حداکثر مقدار $|MN|$ کدام است؟

6 (۱) 12 (۲) 18 (۳) 36 (۴)

۹۶) طول قطرهای بزرگ و کوچک یک بیضی به ترتیب ۴ و ۲ می‌باشد. بیشترین مساحت از بین مثلث‌هایی که یک رأس آن روی بیضی و دو رأس دیگر آن کانون‌های این بیضی باشند، کدام است؟

2 (۱) 3 (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴)

۹۷) نقطه‌ی M روی بیضی با کانون‌های F و F' قرار دارد. اگر $MF + MF' = 8$ و خروج از مرکز بیضی $\frac{\sqrt{2}}{2}$ باشد، طول قطر کوچک بیضی کدام است؟

2 (۱) 4 (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $4\sqrt{2}$ (۴)

۹۸) نقطه‌ی M در خارج بیضی به فاصله‌ی کانونی $2\sqrt{3}$ و قطر کوچک ۴ نمی‌باشد، بیشترین مقدار مجموع فواصل M از دو کانون کدام است؟

$2\sqrt{2}$ (۱) 4 (۲) $2\sqrt{6}$ (۳) 6 (۴)

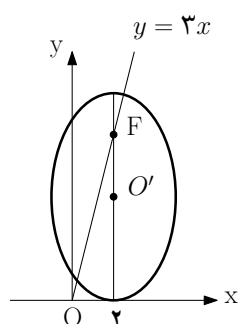
۹۹) نقطه‌ی $O(1, 0)$ مرکز بیضی به قطر بزرگ $2\sqrt{7}$ و خروج از مرکز $\frac{\sqrt{5}}{2}$ است. اگر کانون‌های بیضی دو سر قطری از یک دایره باشند، این دایره نیمساز ناحیه‌ی اول را با کدام طول قطع می‌کند؟

2 (۱) $1 + \sqrt{2}$ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) 3 (۴)

۱۰۰) بیضی قائمی که بر محورهای مختصات مماس می‌باشد با مرکز $A(2, 3)$ است، مختصات یکی از کانون‌های آن کدام است؟

$(2, \sqrt{5})$ (۱) $(2, 2\sqrt{5})$ (۲) $(2, 3 - \sqrt{5})$ (۳) $(2, 3 - 2\sqrt{5})$ (۴)

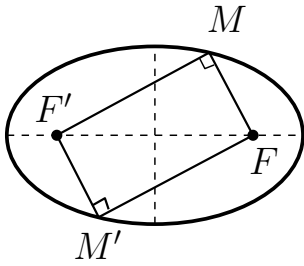
۱۰۱) اگر خروج از مرکز بیضی شکل زیر $\frac{1}{3}$ باشد، فاصله‌ی یک کانون این بیضی تا نزدیکترین رأس کدام است؟ (F و O' به ترتیب مرکز و کانون بیضی هستند.)



2 (۱) 3 (۲)

4 (۳) 6 (۴)

۱۰۲) در بیضی شکل مقابل، طول قطر بزرگ $2\sqrt{3}$ و طول قطر کوچک ۲ است، مساحت مستطیل $MFMM'$ کدام است؟ (F' و F کانون‌های بیضی هستند).



۳√۳ (۲)

۲√۳ (۱)

۳ (۴)

۲ (۳)

۱۰۳) نقطه‌ی $(۲, ۱)$ مرکز یک بیضی قائم است. اگر نقاط $(۵, ۱)$ و $(۲, ۶)$ روی این بیضی قرار داشته باشند، یکی از کانون‌های این بیضی کدام است؟

$(۲, ۴)$ (۴)

$(۲, -۴)$ (۳)

$(۲, -۳)$ (۲)

$(۲, ۳)$ (۱)

۱۰۴) منحنی C مکان هندسی تمام نقاط یک صفحه است به طوری که مجموع فاصله‌های آنها تا دو نقطه‌ی ثابت $F(۲, ۱)$ و $F'(۸, ۱)$ برابر عدد ثابت ۱۰ است. در کدام نقطه از منحنی C حاصل ضرب فاصله‌ی آنها تا دو نقطه‌ی F و F' ماکزیمم است؟

$(۶, ۶)$ (۴)

$(۵, ۵)$ (۳)

$(۶, ۴)$ (۲)

$(۴, ۶)$ (۱)

۱۰۵) طول کوتاه‌ترین وتر کانونی در بیضی به قطر کوچک ۲ و خروج از مرکز $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ کدام است؟

$\frac{4}{9}$ (۴)

$\frac{4}{3}$ (۳)

$\frac{2}{9}$ (۲)

$\frac{2}{3}$ (۱)

۱۰۶) نقاط $A = (-۳, ۱)$ و $A' = (۳, ۱)$ دو رأس از بیضی با فاصله‌ی کانونی $2\sqrt{6}$ هستند، طول وتر کانونی آن کدام می‌تواند باشد؟

$\frac{24\sqrt{15}}{5}$ (۴)

$\frac{12\sqrt{15}}{5}$ (۳)

$\frac{3\sqrt{15}}{5}$ (۲)

$\frac{6\sqrt{15}}{5}$ (۱)

۱۰۷) بیضی H به مرکز $O(۰, ۰)$ و طول قطر بزرگ $2\sqrt{8}$ و طول قطر کوچک $2\sqrt{5}$ مفروض است. خروج از مرکز بیضی دیگری که طول قطر کوچک آن برابر با فاصله‌ی کانونی بیضی H بوده و مرکز آن بر مرکز H منطبق و قطر بزرگ آن همان قطر کوچک H باشد، کدام است؟

$\frac{2\sqrt{10}}{5}$ (۴)

$\frac{\sqrt{10}}{5}$ (۳)

$\frac{5}{4}$ (۲)

$\sqrt{\frac{5}{2}}$ (۱)

۱۰۸) اگر فاصله‌ی کانونی یک بیضی را نصف و قطر بزرگ آن را دو برابر کنیم، خروج از مرکز بیضی جدید چند برابر می‌شود؟

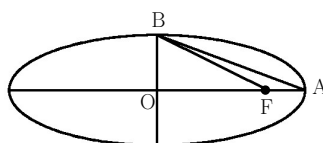
سراسری ۷۰

۴ / ۴

۱ / ۳

۲ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)



۱۰۹) در شکل مقابل، اگر خروج از مرکز بیضی برابر $\frac{3}{4}$ باشد، نسبت مساحت مثلث ABF به مساحت مثلث OBF کدام است؟ (F کانون بیضی است).

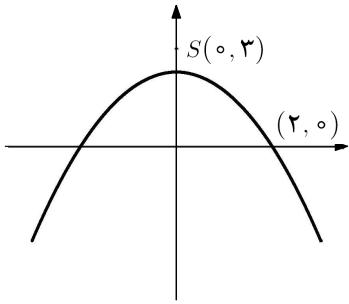
$\frac{1}{4}$ (۴)

$\frac{2}{3}$ (۳)

$\frac{1}{4}$ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۱)

۲.۳.۲ سهمی



(۱۱۰) معادله‌ی سهمی شکل مقابل کدام است؟

$y = 3\left(\frac{1}{4}x^2 - 1\right)$ (۲)

$x = 3\left(-\frac{1}{4}y^2 + 1\right)$ (۱)

$x = 3\left(\frac{1}{4}y^2 - 1\right)$ (۴)

$y = 3\left(-\frac{1}{4}x^2 + 1\right)$ (۳)

آزاد ۷۱

(۱۱۱) معادله‌ی سهمی که کانون آن به مختصات $(7, 2)$ و خط هادی آن $x = 5$ است، کدام است؟

$y^2 + 4x - 4y + 28 = 0$ (۲)

$y^2 - 4x + 4y + 28 = 0$ (۱)

$y^2 - 4x - 4y + 28 = 0$ (۴)

$y^2 + 4x + 4y + 28 = 0$ (۳)

سراسری ۷۳

(۱۱۲) یک سهمی با کدام معلومات زیر به صورت منحصر به فرد مشخص می‌شود؟

(۲) کانون و یک نقطه از سهمی

(۱) محور و خط هادی

(۴) خط هادی و یک نقطه از سهمی

(۳) خط هادی و کانون

(۱۱۳) به موازات کدام خط نمی‌توان بر سهمی $y^2 - 4y - 2x = 6$ مماس رسم کرد؟

$x = 1$ (۴)

$y = 3$ (۳)

$y = 2x$ (۲)

$y = x$ (۱)

(۱۱۴) خط $x + y = 2$ خط هادی یک سهمی و مبدأ مختصات کانون آن است، طول رأس این سهمی کدام است؟

۱ (۴)

$\frac{3}{4}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۱)

(۱۱۵) اگر رأس سهمی $D = (-1, 1)$ حاصل $y^2 + my = 2x + k$ باشد، حاصل $m + k$ کدام است؟

۲ (۴)

صفر (۳)

۱ (۲)

-۱ (۱)

(۱۱۶) اگر سهمی $(a - 1)y^2 + y - ax = 1$ بر محور y ها مماس باشد، فاصله‌ی کانون تا خط هادی آن کدام است؟

۱ (۴)

$\frac{1}{4}$ (۳)

$\frac{3}{4}$ (۲)

$\frac{3}{2}$ (۱)

سراسری ۶۵

(۱۱۷) طول وتری که از کانون سهمی $y^2 = 2x$ گذشته و بر محور x ها عمود است، کدام است؟

۶ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

سراسری ۷۰

(۱۱۸) در نمودار سهمی $3(y - 1)^2 = kx + 2$ فاصله‌ی کانون تا رأس برابر ۱ می‌باشد، مقدار k کدام است؟

۱۲ (۴)

۹ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)

۱۱۹) فاصله‌ی کانون سهمی به معادله‌ی $2y^2 + 15 = 3(x + 4y)$ از خط هادی آن سهمی کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۱۲۰) $y^2 = 4x$ معادله‌ی سهمی به کانون F و خط هادی Δ است. اگر دایره‌ای به مرکز F و مماس بر خط Δ ، این سهمی را در دو نقطه‌ی A و B قطع کند، اندازه‌ی پاره‌خط AB برابر کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۲۱) اگر رأس $S(0, 0)$ و $F(-1, 0)$ کانون یک سهمی باشد، معادله‌ی سهمی کدام است؟

- (۱) $y^2 = 4x$ (۲) $y^2 = -4x$ (۳) $y^2 = 2x$ (۴) $y^2 = -2x$

۱۲۲) معادله‌ی یک سهمی که مختصات رأس آن $S(2, -3)$ و مختصات کانون آن $F(2, -\frac{7}{4})$ است، کدام است؟

(۱) $x^2 + 2y + 10 = 4x$ (۲) $x^2 + y + 7 = 4x$

(۳) $x^2 - 2y - 8 = 2x$ (۴) $x^2 - y - 3 = 2x$

۱۲۳) سهمی که از نقاط $A(1, 4)$ و $B(1, -4)$ گذشته و خط $x = 5$ خط هادی آن باشد، از کدام نقطه‌ی زیر عبور می‌کند؟

- (۱) $(3, 1)$ (۲) $(-3, 1)$ (۳) $(2, 2\sqrt{2})$ (۴) $(\frac{1}{3}, 5)$

۱۲۴) اگر مرکز دایره‌ی $x^2 + y^2 = 2x + 2$ کانون سهمی $(y - \beta)^2 = 2(x - \alpha)$ باشد، معادله‌ی خط هادی سهمی کدام است؟

- (۱) $y = 0$ (۲) $y = \frac{1}{3}$ (۳) $x = 0$ (۴) $x = -\frac{1}{3}$

۱۲۵) مکان هندسی وسط وترهایی از سهمی $y^2 = 4x$ که در رأس سهمی هم‌رس می‌باشند، کدام است؟

- (۱) $x^2 = y$ (۲) $x^2 = 2y$ (۳) $y^2 = x$ (۴) $y^2 = 2x$

۱۲۶) مجموع عرض نقاطی از سهمی $(y + 1)^2 = 4(x - 1)$ که به فاصله‌ی ۵ واحد از کانون سهمی هستند، کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۴ (۴) -۴

۱۲۷) یک سهمی افقی به کانون $F = (-1, 1)$ از نقطه‌ی $M = (2, 5)$ می‌گذرد. اگر دهانه‌ی سهمی به طرف راست باشد، طول نقطه‌ی تقاطع این سهمی با محور x ها کدام است؟

- (۱) $-\frac{7}{4}$ (۲) $-\frac{7}{8}$ (۳) $2\sqrt{2} + 1$ (۴) $2\sqrt{2} - 1$

۱۲۸) همگی نقاط یک مقطع مخروطی به معادله‌ی $(\alpha^2 - 1)x^2 + (\alpha^2 + \alpha)y^2 - 2x + y = \alpha - 1$ از یک نقطه‌ی ثابت و یک خط ثابت به یک فاصله‌اند. α کدام است؟

- (۱) -۱ یا ۰ (۲) -۱ یا ۱ (۳) ۱ یا ۰ (۴) -۱ یا ۰ یا ۱

فصل ۳

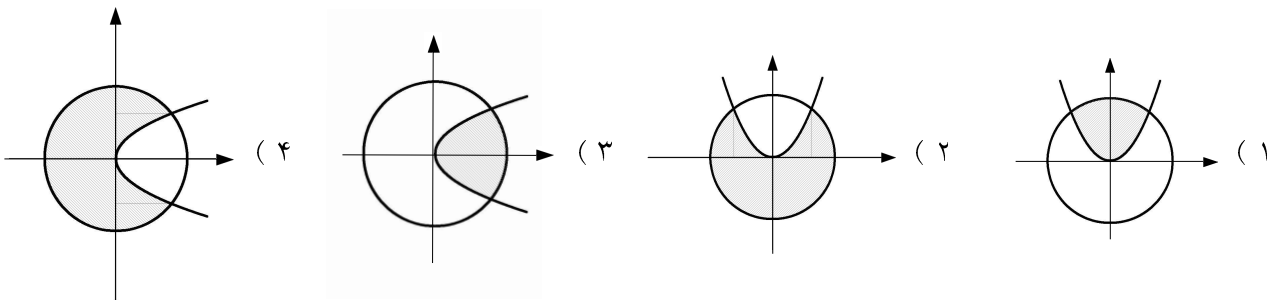
بردارها

۱.۳ معرفی فضای \mathbb{R}^3

(۱۲۹) اگر $S = \{(x, y) : 2y - x \leq 2, x + y \geq 3\}$ و $A = \{(x, y) : x \leq 4\}$ زیر مجموعه‌هایی از \mathbb{R}^2 باشند و $B = A \cap S$ فاصله‌ی دورترین نقطه‌ی ناحیه‌ی B تا مبدأ مختصات کدام است؟

- (۴) ۴ (۳) $4\sqrt{2}$ (۲) ۵ (۱) $3\sqrt{2}$

(۱۳۰) کدام گزینه مجموعه‌ی $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y^2 \leq x, x^2 + y^2 \leq 1\}$ را نشان می‌دهد؟



(۱۳۱) مکان هندسی نقاطی از صفحه‌ی xy که فاصله‌ی آن نقاط از نقطه‌ی $A = (2, 3, -4)$ برابر ۳ باشد، کدام است؟

- (۴) یک خط راست (۳) تهی (۲) یک دایره (۱) یک کره

(۱۳۲) نقاط $A = (0, 1, -2)$ و $B = (1, 0, 1)$ در فضا هستند، اگر M نقطه‌ی متغیر در فضا باشد، مینیمم $|MA| + |MB|$ کدام است؟

- (۴) $\sqrt{13}$ (۳) $\sqrt{11}$ (۲) $\sqrt{12}$ (۱) $\sqrt{10}$

(۱۳۳) نقاط $A = (0, 0, 2)$ و $B = (0, 2, 0)$ و $C = (2, 0, 0)$ مفروض‌اند، مساحت مثلث ABC چقدر است؟

- (۴) $2\sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{6}$ (۲) $3\sqrt{2}$ (۱) ۱

(۱۳۴) اگر نقاط $A = (-1, 0, 0)$ ، $B = (2, 0, \sqrt{7})$ و $C = (3, \sqrt{2}, \sqrt{7})$ سه رأس مثلث ABC باشند، طول میانه‌ی AM چقدر است؟

- (۴) $\frac{\sqrt{79}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{55}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{63}}{2}$ (۱) $\frac{\sqrt{87}}{2}$

۱۳۵) معادله‌ی خط عمود بر دو محور OZ و OY به کدام صورت است؟

سراسری ۷۲

$$\begin{cases} x = a \\ x + y = b \end{cases} \quad (۴) \quad \begin{cases} z = a \\ y = b \end{cases} \quad (۳) \quad \begin{cases} x = ۰ \\ y = z \end{cases} \quad (۲) \quad \begin{cases} z = a \\ x + y = b \end{cases} \quad (۱)$$

سراسری ۷۲

۱۳۶) معادله‌ی عمود مشترک دو خط $\begin{cases} x = ۰ \\ y = ۲ \end{cases}$ و $\begin{cases} x = ۱ \\ z = ۰ \end{cases}$ کدام است؟

$$z = ۰; y = ۲ \quad (۴) \quad y = ۰; x = ۱ \quad (۳) \quad z = ۰; y + ۲x = ۲ \quad (۲) \quad y = ۰; z + x = ۱ \quad (۱)$$

آزاد ۶۳

۱۳۷) صفحه‌ی $۲z - ۵ = ۰$ چگونه صفحه‌ای است؟

(۱) موازی صفحه‌ی xOy (۲) موازی صفحه‌ی xOz

(۳) موازی صفحه‌ی yOz (۴) موازی صفحه‌ی $x + y + z = ۰$

آزاد ۷۶

۱۳۸) اگر $A = ۴i - ۳j$ و $A - B = ۵i - j$ باشد، بردار B کدام است؟

$$B = i + ۲j \quad (۴) \quad B = i - ۲j \quad (۳) \quad B = -i - ۲j \quad (۲) \quad B = -i + j \quad (۱)$$

۱۳۹) اگر $A = (۳, -۱)$ و $B = (۲, ۰)$ و $C = (\alpha, \beta)$ سه نقطه در صفحه بوده و $\vec{AC} + \vec{BA} = (۳, -۱)$ باشد، $\alpha + \beta$ کدام است؟

$$۴ \quad (۴) \quad ۳ \quad (۳) \quad -۳ \quad (۲) \quad ۲ \quad (۱)$$

۱۴۰) بردار $u = ai + bj + ck$ ($a, b, c > ۰$) موازی با بردار $v = i + ۲j + ۳k$ است. هرگاه $|u| = \sqrt{۵۶}$ ، بردار u عبارتست از:

$$۴i + ۸j + ۱۲k \quad (۴) \quad ۳i + ۶j + ۹k \quad (۳) \quad ۲i + ۴j + ۶k \quad (۲) \quad i + ۲j + ۳k \quad (۱)$$

آزاد ۷۶

۱۴۱) در مستطیل $ABCD$ حاصل $\vec{CA} + \vec{DB}$ کدام است؟

$$۲\vec{AB} \quad (۴) \quad ۲\vec{DA} \quad (۳) \quad \vec{o} \quad (۲) \quad ۲\vec{BC} \quad (۱)$$

۱۴۲) اگر $V_1 = ۲i + ۳j + k$ و $V_2 = i - j + k$ ، حاصل $\frac{|V_1 - ۲V_2|}{|V_1 + ۲V_2|}$ کدام است؟

$$\frac{\sqrt{۲}}{۲} \quad (۴) \quad \frac{\sqrt{۶}}{۶} \quad (۳) \quad \sqrt{۶} \quad (۲) \quad ۱ \quad (۱)$$

۱۴۳) اگر $\vec{AB} = (۳, ۲, ۵)$ و $\vec{CB} = (-۲, ۱, ۰)$ آنگاه مؤلفه‌های بردار \vec{AC} کدام است؟

$$(۵, ۱, ۵) \quad (۴) \quad (-۵, -۱, -۵) \quad (۳) \quad (۱, ۳, ۵) \quad (۲) \quad (۵, ۳, ۵) \quad (۱)$$

۲.۳ ضرب داخلی و ضرب خارجی بردارها

۱۴۴) بردارهای \vec{a} و \vec{b} مفروض اند به طوری که $|\vec{a}| = ۱۳$ و $|\vec{b}| = ۱۹$ و $|\vec{a} + \vec{b}| = ۲۴$ مقدار $|\vec{a} - \vec{b}|$ چقدر است؟

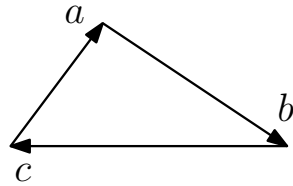
- ۱۸ (۱) ۲۲ (۲) ۲۰ (۳) ۲۴ (۴)

۱۴۵) اگر اندازه‌ی دو ضلع متوازی‌الاضلاعی $۳\sqrt{۲}$ و $۲\sqrt{۳}$ باشد، مجموع مربعات دو قطر آن کدام است؟

- ۴۸ (۱) ۵۴ (۲) ۶۰ (۳) ۶۴ (۴)

۱۴۶) در شکل روبه‌رو، اندازه‌ی بردارهای \vec{a} و \vec{b} و \vec{c} به ترتیب برابر با ۳، ۵ و ۶ است. حاصل ضرب داخلی دو بردار \vec{a} و \vec{b} کدام است؟

سراسری ۸۰



- ۲ (۱)
-۱ (۲)
۱ (۳)
۲ (۴)

۱۴۷) اگر $\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = ۳$ ، حاصل ضرب داخلی دو بردار \vec{a} و \vec{b} می‌تواند باشد؟

- ۶ (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴)

۱۴۸) اگر بردارهای $V_1 + V_2$ و $V_1 - V_2$ هر دو بر بردار V_3 عمود باشند به طوری که سه بردار هم‌صفحه باشند و داشته باشیم $|V_1| = ۴$ و $|V_2| = ۳$ در این صورت حاصل ضرب داخلی $(V_1 - V_2) \cdot (V_1 + V_2)$ چقدر است؟

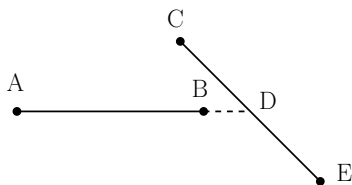
آزاد ۸۲

- ۵ (۱) ۷ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴)

۱۴۹) اگر \vec{a} و \vec{b} و \vec{c} سه بردار یکه در \mathbb{R}^3 باشند که دوجه‌دو باهم زاویه $\frac{\pi}{۳}$ می‌سازند مقدار $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}|$ کدام است؟

- ۳ (۱) $\sqrt{۳}$ (۲) $۲\sqrt{۳}$ (۳) $\sqrt{۶}$ (۴)

آزاد ۸۳



۱۵۰) با توجه به شکل زیر کدام گزینه عددی بزرگتر است؟

- $\vec{AB} \cdot \vec{AD}$ (۱)
 $\vec{AB} \cdot \vec{AE}$ (۲)
 $\vec{AD} \cdot \vec{AC}$ (۳)

(۴) هر سه یکسان است.

۱۵۱) حاصل ضرب داخلی دو بردار \vec{a} و \vec{b} برابر ۲ است. اگر $\vec{a} = (۲, ۱, -۱)$ و بردار \vec{b} با هر سه محور در جهت مثبت زوایای حاده مساوی بسازد، اندازه‌ی بردار \vec{b} کدام است؟

- ۱ (۱) $\sqrt{۲}$ (۲) $\sqrt{۳}$ (۳) ۲ (۴)

۱۵۲) \vec{a} و \vec{b} دو بردار یکه می‌باشند. اگر α زاویه‌ی بین \vec{a} و \vec{b} باشد، $|\vec{a} + \vec{b}|$ برابر کدام است؟

- $\cos \alpha$ (۱) $۲ \cos \frac{\alpha}{۲}$ (۲) $\sin \alpha$ (۳) $۲ \sin \frac{\alpha}{۲}$ (۴)

۱۵۳) زاویه‌ی بین دو بردار \vec{a} و \vec{b} برابر 60° است و $|\vec{a}| = 2|\vec{b}|$ ، زاویه‌ی بین بردار $\vec{a} + (-\vec{b})$ و بردار \vec{a} چند درجه است؟ سراسری ۸۱

- (۱) 120° (۲) 45° (۳) 30° (۴) 90°

۱۵۴) اگر اندازه‌ی دو بردار $V_1 = 2i + (a+1)j + 4k$ و $V_2 = ai + 4j + 3k$ برابر باشد، کسینوس زاویه‌ی بین دو بردار کدام است؟ آزاد ۸۱

- (۱) $\frac{16}{29}$ (۲) $\frac{24}{29}$ (۳) $\frac{4}{\sqrt{29}}$ (۴) $\frac{28}{29}$

۱۵۵) اگر $|\vec{a} + \vec{b}| = 2$ و زاویه‌ی بین دو بردار \vec{a} و \vec{b} برابر 120° درجه و $|\vec{b}| = 2|\vec{a}|$ باشد، آنگاه $|\vec{a}|$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) ۲

۱۵۶) اگر $\vec{a} = (m, 2, -1)$ و $|\vec{b}| = \sqrt{41}$ و دو بردار $\vec{a} + \vec{b}$ و $\vec{a} - \vec{b}$ عمود بر هم باشند، مقدار مثبت m کدام است؟ سراسری ۸۵

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۱۵۷) در کدام حالت حاصل ضرب داخلی بردار غیر صفر \vec{a} در مجموع دو بردار غیر صفر \vec{X} و \vec{Y} صفر نمی‌باشد؟ سراسری ۸۶

(۱) بردار \vec{X} قرینه‌ی بردار \vec{Y} . (۲) بردار \vec{a} فقط بر یکی از دو بردار \vec{X} یا \vec{Y} عمود.

(۳) سه بردار دوجه‌دو عمود بر هم. (۴) بردار \vec{a} بر صفحه‌ی دو بردار \vec{X} و \vec{Y} عمود.

۱۵۸) اگر A و B دو نقطه‌ی ثابت و M یک نقطه‌ی متغیر از یک صفحه باشند به طوری که همواره $\vec{AB} \cdot \vec{AM} = 0$ ، آنگاه مکان هندسی M کدام است؟

- (۱) خطی عمود بر AB (۲) عمود منصف AB
(۳) خطی موازی AB (۴) خطی که در A بر AB عمود است.

۱۵۹) دو بردار a و b با تصویرهای $(1, \alpha + 1, 2\alpha)$ و $(2, 0, -1)$ مفروض‌اند. به ازای کدام مقادیر α بردارهای $a + b$ و $a - b$ عمود بر هم‌اند؟ سراسری ریاضی ۸۹

- (۱) $0/4$ و -1 (۲) $0/6$ و -1 (۳) $0/4$ و 1 (۴) $0/6$ و 1

۱۶۰) اگر زاویه‌ی بین دو بردار \vec{a} و \vec{b} برابر 60° و $|\vec{a}| = 4$ باشد، طول بردار تصویر قائم بردار \vec{a} در امتداد بردار \vec{b} کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۶۱) \vec{a} و \vec{b} دو بردار غیر صفر در فضا می‌باشند. اگر \vec{a}' تصویر بردار \vec{a} روی امتداد بردار \vec{b} باشد به طوری که $|\vec{a}'| = |\vec{b}| = |\vec{a}|$ ، آنگاه $|\vec{a} \cdot \vec{b}|$ برابر کدام است؟

- (۱) $2|\vec{a}|^2$ (۲) $\frac{1}{4}|\vec{a}|^2$ (۳) $\frac{1}{4}|\vec{a}|^2$ (۴) $4|\vec{a}|^2$

۱۶۲) کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) اگر \vec{a} و \vec{b} و \vec{c} سه بردار غیرصفر باشند به طوری که $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$ آنگاه $\vec{b} = \vec{c}$
 (۲) اگر \vec{a} و \vec{b} و \vec{c} سه بردار غیرصفر باشند به طوری که $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times \vec{c}$ آنگاه $\vec{b} = \vec{c}$
 (۳) ضرب خارجی خاصیت شرکت پذیری دارد.
 (۴) برای هر دو بردار ناصفر و ناموازی \vec{a} و \vec{b} بردار $\vec{a} \times (\vec{a} \times \vec{b})$ یک بردار ناصفر است.

سراسری ۷۹

۱۶۳) اگر $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times \vec{c}$ و $\vec{b} \neq \vec{c}$ آنگاه کدام نتیجه گیری نادرست است؟

- (۱) \vec{a} عمود بر $\vec{c} - \vec{b}$
 (۲) \vec{a} موازی $\vec{c} - \vec{b}$
 (۳) $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0$
 (۴) \vec{a} و \vec{b} و \vec{c} موازی یک صفحه

۱۶۴) دو بردار با تصاویر $\vec{a} = (1, 2, -1)$ و $\vec{b} = (2, 4, m)$ مفروض اند. به ازای کدام مقدار m ، اندازه‌ی بردار $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} \times \vec{b})$ برابر صفر است؟

سراسری ریاضی ۸۸

- (۱) فقط $m = -2$ (۲) فقط $m = \pm 2$ (۳) هیچ مقدار m (۴) هر عدد حقیقی m

سراسری ۷۵

۱۶۵) حاصل $i \times j - j \times i$ کدام است؟

- (۱) $-2k$ (۲) صفر (۳) k (۴) $2k$

آزاد ۷۸

۱۶۶) اگر $|v_1 \times v_2| = 4$ ، آنگاه اندازه‌ی بردار $(3v_1 - v_2) \times (v_1 + v_2)$ چقدر است؟

- (۱) ۸ (۲) ۰ (۳) ۱۶ (۴) ۴

سراسری ۷۳

۱۶۷) اگر $|v_1 \times v_2| = 1$ و $v_1 \cdot v_2 = \sqrt{3}$ ، زاویه‌ی بین دو بردار v_1 و v_2 چقدر است؟

- (۱) 60° (۲) 45° (۳) 30° (۴) 90°

۱۶۸) اگر \vec{a} و \vec{b} دو بردار عمود بر هم با اندازه‌های مساوی باشند، مقدار $|(\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{a} - \vec{b})|$ برابر کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) $|\vec{a}|^2$ (۴) $2|\vec{a}|^2$

۱۶۹) اگر برای دو بردار \vec{a} و \vec{b} داشته باشیم $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3$ و $|\vec{a} \times \vec{b}| = 4$ و $|\vec{a}| = \sqrt{5}$ حاصل $|\vec{a} + \vec{b}|$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) ۲

۱۷۰) اگر $|\vec{a}| = 10$ و $|\vec{b}| = 2$ و $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$ آنگاه $|\vec{a} \times \vec{b}|$ کدام است؟

- (۱) ۲۴۰ (۲) ۲۴ (۳) ۱۲ (۴) ۱۶

۱۷۱) اگر $\vec{a} = (1, -2, 3)$ و $\vec{b} = (2, 0, 1)$ ، مساحت متوازی الاضلاع تولید شده توسط دو بردار $\vec{a} + 3\vec{b}$ و $2\vec{a} + 5\vec{b}$ کدام است؟

سراسری ۸۷

- (۱) $2\sqrt{3}$ (۲) $3\sqrt{2}$ (۳) $3\sqrt{5}$ (۴) $5\sqrt{3}$

۱۷۲) در مثلث ABC اگر $V = (\vec{AB} + \vec{AC}) \times (\vec{AB} + \vec{BC})$ و S مساحت مثلث باشد، $|V|$ بر حسب S کدام است؟ آزاد ۶۴

- (۱) S (۲) $2S$ (۳) $4S$ (۴) $6S$

۱۷۳) اگر بردارهای $\vec{a} = (-2, 1, 1)$ و $\vec{b} = (1, -2, 2)$ به ترتیب یک ضلع و یک قطر متوازی الاضلاع باشند، مساحت متوازی الاضلاع چقدر است؟

- (۱) $10\sqrt{2}$ (۲) $5\sqrt{2}$ (۳) 50 (۴) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

۱۷۴) مجموع مربعات حاصل ضرب داخلی دو بردار و اندازه‌ی حاصل ضرب خارجی آنها ۴۸ است. در صورتی که نسبت حاصل ضرب داخلی به اندازه‌ی حاصل ضرب خارجی آنها $\sqrt{3}$ باشد، مساحت مثلث بوجود آمده توسط این دو بردار کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) 6 (۴) $3\sqrt{3}$

۱۷۵) اگر O نقطه‌ای داخل مثلث متساوی‌الاضلاع ABC به ضلع $2\sqrt{3}$ باشد، مقدار $|\vec{OB} \times \vec{OA}| + |\vec{OB} \times \vec{OC}| + |\vec{OC} \times \vec{OA}|$ برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ (۲) $6\sqrt{3}$ (۳) $2\sqrt{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۱۷۶) اگر \vec{a} و \vec{b} و \vec{c} سه بردار باشند به طوری که $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ اندازه‌ی بردار $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) + \vec{b} \times (\vec{a} + \vec{c})$ کدام است؟

- (۱) 0 (۲) $|\vec{a} \times \vec{b}|$ (۳) $\vec{a} \times \vec{c}$ (۴) $|\vec{b} \times \vec{c}|$

۱۷۷) اگر $v_1 \times v_2 = 0$ و بردارهای v_1 و v_2 غیرصفر باشند، آنگاه الزاماً سراسری ۷۶

$$v_1 = -v_2 \quad (۱)$$

$$v_1 = v_2 \quad (۲)$$

$$v_1 \perp v_2 = 0 \quad (۳)$$

(۴) v_2 مضربی از v_1 است.

۱۷۸) اگر \vec{a} و \vec{b} و \vec{c} سه بردار غیر صفر و غیر واقع در یک صفحه باشند، مقدار کدام گزینه با سایرین متفاوت است؟ سراسری ۸۴

- (۱) $\vec{a} \cdot (\vec{c} \times \vec{b})$ (۲) $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$ (۳) $\vec{b} \cdot (\vec{a} \times \vec{c})$ (۴) $(\vec{a} \times \vec{c}) \cdot \vec{b}$

۱۷۹) اگر سه بردار $(a, 3, -1)$ و $(1, -1, 3)$ و $(1, 9, -11)$ در یک صفحه باشند، مقدار a کدام است؟

- (۱) 2 (۲) 3 (۳) -3 (۴) -2

۱۸۰) روی سه بردار $\vec{OA} = (3, 2, -1)$ ، $\vec{OB} = (2, 0, 1)$ و $\vec{OC} = (2, -2, 1)$ یک متوازی‌السطوح ساخته شده است. طول ارتفاع این متوازی‌السطوح که از رأس A عمود بر صفحه‌ی شامل دو بردار \vec{OB} و \vec{OC} رسم می‌شود کدام است؟ (O مبدأ مختصات است.)

- (۱) $\sqrt{5}$ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) 5 (۴) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

فصل ۴

خودآزمایی‌ها

۱.۴ خودآزمایی شماره ۱ (ماتریس و اعمال روی ماتریس‌ها)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۲۵ دقیقه

(۱) اگر A و B ماتریس‌های 3×3 باشند به طوری که $AB = A$ و $BA = B$ آنگاه A^2 و B^2 به ترتیب برابرند با:

- (۱) A و B (۲) I و I (۳) I و o (۴) I و o

(۲) اگر درایه‌های سطر چهارم ماتریس A : $o, 5, 2, -1$ و درایه‌های ستون سوم ماتریس B : $-1, 2, 5, o$ باشند، درایه‌ی سطر چهارم و ستون سوم ماتریس AB کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۵ (۳) ۱۰ (۴) ۲۰

(۳) اگر A ماتریس مربعی و غیرصفر و $A^2 = o$ باشد، آنگاه حاصل $(2A - I)^3$ همواره کدام است؟

- (۱) $4A - I$ (۲) $8A - I$ (۳) $2A - I$ (۴) $6A - I$

سراسری ۸۷

(۴) اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{bmatrix}$ ماتریس $\left(\frac{1}{3}A\right)^2$ کدام است؟

- (۱) I_2 (۲) $2I_2$ (۳) $-2I_2$ (۴) $-I_2$

(۵) اگر $A_{m \times 5} = [(i+j)^2]$ ، مجموع درایه‌های سطر سوم A کدام است؟

- (۱) ۱۸۰ (۲) ۱۸۵ (۳) ۱۹۰ (۴) ۱۹۵

(۶) اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل جمع درایه‌های سطر اول ماتریس A^7 کدام است؟

- (۱) ۳۷ (۲) ۳۱ (۳) $(2 \times 3^7) + 1$ (۴) $(2 \times 3^5) + 1$

(۷) اگر $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$ و $A^2 = \alpha A + \beta I_2$ باشد، دوتایی مرتب (α, β) کدام است؟

- (۱) $(2, 11)$ (۲) $(2, 13)$ (۳) $(4, 11)$ (۴) $(4, 13)$

(۸) اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ ، حاصل ماتریس $A^2 - 4A$ همواره کدام است؟

- (۱) o (۲) $5A$ (۳) $5I_3$ (۴) $5(A + I_3)$

۹) دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} a-b & b-1 \\ -4 & -3 \end{bmatrix}$ مفروضه اند. اگر $AB = BA$ حاصل $a+b$ کدام است؟

- ۹ (۴) -۷ (۳) ۷ (۲) -۹ (۱)

۱۰) اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های ستون دوم ماتریس A^6 کدام است؟

- ۲۷ (۴) ۷ (۳) ۶ (۲) ۱ (۱)

۱۱) اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ ، ماتریس $A^7 - A^6$ کدام است؟
 سراسری ۸۳

- $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 3 & -3 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -3 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ (۱)

۱۲) اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ آنگاه ماتریس A^7 کدام است؟

- $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ (۱)

۱۳) اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{a} \\ a & 0 \end{bmatrix}$ و $a \neq 0$ آنگاه A^{11} برابر کدام است؟

- ۰ (۴) I (۳) A (۲) $-A$ (۱)

۱۴) اگر I ماتریس واحد 2×2 باشد، حاصل $(2I)^5 + (2I)^4 + (2I)^3 + (2I)^2 + (2I)$ کدام است؟

- $62I$ (۴) $32I$ (۳) $5I$ (۲) $2I$ (۱)

۱۵) اگر $A = \begin{bmatrix} 2\sqrt{3} & -2\sqrt{3} \\ 2\sqrt{3} & 2\sqrt{3} \end{bmatrix}$ ، آنگاه A^{96} کدام است؟

- $\begin{bmatrix} -496 & 0 \\ 0 & -496 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 496 & 0 \\ 0 & 496 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 0 & 496 \\ 496 & 0 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 0 & -496 \\ -496 & 0 \end{bmatrix}$ (۱)

۱۶) اگر A, B, C سه ماتریس مربعی و I ماتریس همانی هم‌مرتبه‌ی آنها باشد، آنگاه کدام گزینه صحیح نیست؟

$A \times (B \times I) = (I \times A) \times B$ (۲) $A \times B = B \times A$ (۱)

$(A \times B) \times C = A \times (B \times C)$ (۴) $I \times B = B \times I$ (۳)

(۱۷) ماتریس‌های $A_{3 \times 4}$, $B_{5 \times 3}$, $C_{3 \times 4}$ مفروض‌اند، حاصل کدام تعریف می‌شود؟

$B \times C$ (۴)

$A \times C$ (۳)

$A + B$ (۲)

$A \times A$ (۱)

(۱۸) اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ و $A^n = \begin{bmatrix} 32 & 32 \\ 32 & 32 \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه مقدار n کدام است؟

۶ (۴)

۴ (۳)

۵ (۲)

۳ (۱)

(۱۹) جواب‌های معادله‌ی $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} = 0$ کدام‌اند؟

۱ و ۳ (۴)

-۱ و ۳ (۳)

۱ و -۳ (۲)

-۱ و -۳ (۱)

(۲۰) اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \\ -2 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ باشند، حاصل $A^2 + A \times B + B \times A + B^2$ کدام است؟

$$\begin{bmatrix} 2 & -4 & 3 \\ -4 & 8 & -5 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(۴) $\begin{bmatrix} 2 & -4 & 1 \\ -4 & 10 & -5 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(۳) $\begin{bmatrix} 2 & -4 & 3 \\ -5 & 10 & -5 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(۲) $\begin{bmatrix} 2 & -4 & 3 \\ -4 & 10 & -5 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(۱)

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۱	۳	۴	۴	۱	۳	۴	۱	۱	۲	۳	۲	۳	۲	۱	۳	۴	۴	۴	۱

۲.۴ خودآزمایی شماره ۲ (وارون ماتریس و دترمینان)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۳۵ دقیقه

(۱) اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ و $AB = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ ، حاصل جمع درایه‌های قطر اصلی ماتریس B کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) -۲ (۴) -۱

(۲) اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ آنگاه $A - A^{-1}$ کدام ماتریس است؟ (I ماتریس همانی است.)

- (۱) $4I$ (۲) $-4I$ (۳) $\begin{bmatrix} 0 & 10 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 0 & 6 \\ 6 & 0 \end{bmatrix}$

(۳) اگر $A = \begin{bmatrix} 9 & -3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ آنگاه $(A^{-1})^2$ کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} -\frac{1}{3} & 3 \\ -1 & \frac{26}{3} \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} -\frac{1}{3} & -3 \\ 1 & \frac{26}{3} \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} -\frac{1}{3} & -3 \\ 1 & -\frac{26}{3} \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 3 \\ 1 & \frac{26}{3} \end{bmatrix}$

(۴) اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$ آنگاه $A - A^{-1}$ کدام ماتریس است؟

- (۱) ۰ (۲) همانی (۳) $\begin{bmatrix} 0 & 8 \\ 8 & 0 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}$

(۵) اگر $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ مجموع درایه‌های سطر اول ماتریس معکوس A^2 کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۳

(۶) اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ آنگاه کدام درست نیست؟

- (۱) $A^2 = A^{-1}$ (۲) $A^3 = I$ (۳) $A^2 = I$ (۴) $A^4 = A$

(۷) اگر ماتریس A در تساوی $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ صدق کند، درایه‌ی واقع در سطر دوم و ستون دوم A^2 کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۹

۸) اگر $S = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ و $-2SX = \begin{bmatrix} 6 & -6 \\ 4 & -4 \end{bmatrix}$ آنگاه ماتریس X کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$

۹) اگر $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ و $AX = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ ، ماتریس X کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & -4 \end{bmatrix}$

۱۰) اگر

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

آنگاه $x + y$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۱) مقدار m کدام باشد تا دستگاه معادلات $\begin{cases} mx + y = 0 \\ 3x + 2y = 0 \end{cases}$ دارای جواب غیرصفر باشد؟

(۱) $m \neq -\frac{3}{2}$ (۲) $m = -\frac{2}{3}$ (۳) $m = \frac{3}{2}$ (۴) $m \neq \frac{2}{3}$

۱۲) اگر $A = \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ باشد، دترمینان ماتریس $(AB)^{-1}$ کدام است؟

(۱) ۴ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) -۴ (۴) $-\frac{1}{4}$

۱۳) اگر a و b دو عدد حقیقی و i و j شماره‌ی سطر و ستون هر درایه باشند، دترمینان ماتریس $A = [ai + bj]_{3 \times 3}$ کدام است؟

سراسری ریاضی ۸۹

(۱) صفر (۲) $a + b$ (۳) $a \cdot b$ (۴) $ab(a + b)$

۱۴) اگر $A = \begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، دترمینان ماتریس $(A^{-1} - I)$ کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۱۵) اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ باشد، دترمینان ماتریس $(A^{-1})^2$ کدام است؟

- ۱) -۱ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) -۲

۱۶) اگر ماتریس 2×2 مانند B معکوس ماتریس A باشد، حاصل دترمینان ماتریس AB کدام است؟

- ۱) ۰ ۲) ± 1 ۳) ۱ ۴) معلوم نیست.

آزاد ۷۲

۱۷) مقدار دترمینان ماتریس $\begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ a & b & c \\ b+c & a+c & a+b \end{bmatrix}$ برابر است با:

- ۱) صفر ۲) ۲ ۳) $a+b+c$ ۴) هیچکدام

سراسری ۶۵

۱۸) مقدار دترمینان $\begin{vmatrix} b+c & a+c & a+b \\ a & b & c \\ 2 & 2 & 2 \end{vmatrix}$ کدام است؟

- ۱) $a+b+c$ ۲) صفر ۳) ۲ ۴) $2(a+b+c)$

۱۹) در دترمینان $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 5 & 2 & a \\ 6 & -2 & 3 \end{vmatrix}$ اگر به عنصر واقع در سطر دوم ستون سوم ۲ واحد اضافه شود، به مقدار دترمینان چقدر افزوده می‌شود؟

- ۱) ۱۲ ۲) ۱۸ ۳) ۳۰ ۴) ۴۰

۲۰) اگر $a+b+c=0$ ، آنگاه حاصل دترمینان $D = \begin{vmatrix} 1+a & b & c \\ a & 1+b & c \\ a & b & 1+c \end{vmatrix}$ همواره کدام است؟

- ۱) $ab+bc+ca$ ۲) $a^2+b^2+c^2$ ۳) ۰ ۴) ۱

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۴	۴	۲	۱	۳	۲	۴	۱	۲	۳	۳	۲	۲	۲	۳	۱	۴	۱	۱	۴

۳.۴ خودآزمایی شماره ۳ (آشنایی با مقاطع مخروطی و مکان هندسی)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۲۵ دقیقه

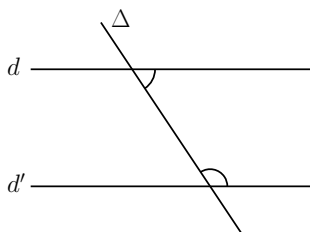
(۱) اگر A ، B و C سه رأس یک مثلث باشند، چند نقطه در صفحه وجود دارد که از دو نقطه B و C به یک فاصله و از نقطه A به فاصله واحد باشد؟

(۱) دقیقاً دو نقطه (۲) حداقل یک نقطه (۳) حداکثر دو نقطه (۴) فقط یک نقطه

(۲) خط d و نقطه P روی آن مفروض‌اند. مکان هندسی نقاطی از صفحه که از خط d به فاصله $\frac{1}{4}$ و از نقطه P به فاصله ۱ باشد را A می‌نامیم. مساحت چندضلعی‌ای که اعضای مجموعه‌ی A ، رئوس آن را تشکیل می‌دهند، کدام است؟

(۱) $\sqrt{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۳) مطابق شکل زیر، دو خط ثابت d و d' موازی‌اند و خط متغیر Δ آنها را قطع می‌کند. مکان هندسی نقطه‌ی برخورد نیمسازهای دو زاویه‌ی مشخص شده در شکل زیر کدام است؟



(۱) خطی عمود بر d و d' (۲) خطی موازی با d و d'

(۳) دایره‌ای مماس بر d و d' (۴) دو خط عمود بر هم

(۴) نقاط A ، B و C در یک صفحه مفروض‌اند. حداکثر چند نقطه ممکن است در این صفحه وجود داشته باشد که از A و B به یک فاصله و از C به فاصله ۳ سانتی‌متر باشد؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

(۵) مربع $ABCD$ به طول ضلع $8\sqrt{2}$ در یک صفحه مفروض است. چند نقطه روی این مربع وجود دارد که فاصله‌ی آن از یکی از دو قطر مربع، برابر ۸ باشد؟

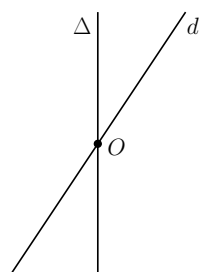
(۱) هیچ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۸

(۶) مکان هندسی نقاطی از صفحه که مماس‌های رسم شده از آن نقاط بر دایره‌ی $C(O, 5)$ با یکدیگر زاویه‌ی 60° بسازند، کدام است؟

(۱) دایره‌ای هم مرکز با C و به شعاع ۱۰ (۲) دایره‌ای هم مرکز با C و به شعاع $5\sqrt{2}$

(۳) دایره‌ای متخارج با C و به شعاع ۵ (۴) دایره‌ای متخارج با C و به شعاع $5\sqrt{2}$

(۷) مطابق شکل دو خط d و Δ یکدیگر را در نقطه‌ی O قطع کرده‌اند. خط Δ را ثابت فرض کرده و خط d را در فضا حول Δ دوران داده و سپس رویه‌ی حاصل را توسط صفحه‌ی P برش می‌دهیم. اگر صفحه‌ی P عمود بر Δ نباشد و موازی d نباشد و فقط یکی از دو نیمه‌ی مخروط را قطع کند، مقطع حاصل چه شکلی خواهد بود؟



(۱) دایره (۲) بیضی

(۳) یک خط (۴) سهمی

۸) مکان هندسی مراکز دایره‌هایی که بر دو خط متقاطع، مماس هستند، کدام است؟

- (۱) یک خط (۲) دو خط موازی (۳) دو خط عمود بر هم (۴) محیط یک مربع

۹) نقاط A ، B و C در یک صفحه واقع‌اند به طوری که طول پاره‌خط AB برابر ۶ سانتی‌متر است. اگر فقط یک نقطه در صفحه وجود داشته باشد که از نقاط A و B به یک فاصله بوده و از نقطه‌ی C به فاصله‌ی ۳ سانتی‌متر باشد، مثلث ABC لزوماً چه نوع مثلثی است؟

- (۱) متساوی‌الساقین (۲) متساوی‌الاضلاع (۳) قائم‌الزاویه (۴) قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین

۱۰) اگر تنها سه نقطه روی دایره‌ی $C(O, 5)$ وجود داشته باشد که از خط d به فاصله‌ی یک باشند، مساحت مثلثی که با این سه نقطه ساخته می‌شود، کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۲

۱۱) صفحه‌ای بر محور یک سطح مخروطی عمود است و از رأس آن عبور نمی‌کند. فصل مشترک (مقطع) حاصل کدام است؟

- (۱) دایره (۲) سهمی (۳) بیضی (۴) هذلولی

۱۲) نقاط A ، B ، C و خط d در صفحه مفروض‌اند. چند نقطه در صفحه می‌توان یافت به گونه‌ای که از این سه نقطه به یک فاصله و از خط d به فاصله‌ی یک واحد باشد؟

- (۱) هیچ یا یک (۲) یک یا بی‌شمار (۳) همواره یک (۴) هیچ یا بی‌شمار

۱۳) صفحه‌ای شامل محور یک سطح مخروطی هر دو نیمه‌ی بالایی و پایینی آن را برش می‌دهد. فصل مشترک (مقطع) حاصل کدام است؟

- (۱) هذلولی (۲) دو خط متقاطع (۳) سهمی (۴) یک خط راست

۱۴) نقاط A ، B ، C و D در صفحه مفروض‌اند. مکان هندسی نقاطی در این صفحه که از A و B به یک فاصله و از C و D نیز به یک فاصله باشند کدام گزینه نمی‌تواند باشد؟

- (۱) بی‌شمار نقطه (۲) صفر نقطه (۳) یک نقطه (۴) چهار نقطه

۱۵) فاصله‌ی دو خط موازی d و d' از یکدیگر برابر ۲ واحد است. چند نقطه در صفحه‌ی شامل این دو خط وجود دارد به طوری که مجموع فواصل آن از دو خط d و d' برابر با ۲ باشد؟

- (۱) هیچ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۱۶) مستطیلی به طول اضلاع ۶ و ۹ و سکه‌ای به شعاع ۲ مفروض‌اند. سکه را روی مستطیل پرتاب می‌کنیم. اگر مرکز سکه درون مستطیل باشد، مساحت مکان هندسی مرکز سکه به شرط آنکه بخشی از سکه داخل مستطیل و بخشی از آن خارج مستطیل قرار داشته باشد، کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۲۶ (۳) ۲۸ (۴) ۴۴

۱۷) در کدام یک از چهارضلعی‌های زیر، مکان هندسی نقاطی از صفحه که از تمامی اضلاع آن چهارضلعی به یک فاصله هستند، همواره غیر تهی است؟

- ۱) مستطیل ۲) متوازی‌الاضلاع ۳) دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین ۴) کایت

۱۸) در مثلث ABC ، ضلع BC و طول میانه‌ی وارد بر این ضلع ثابت هستند. مکان هندسی نقطه‌ی هم‌رسی میانه‌های مثلث ABC کدام است؟

- ۱) دو خط موازی با BC ۲) خطی عمود بر BC

- ۳) دایره‌ای مماس بر BC ۴) دایره‌ای به مرکز وسط ضلع BC

۱۹) مکان هندسی نقاطی از صفحه که نسبت فواصلشان از دو خط متقاطع مقداری ثابت باشد، کدام است؟

- ۱) یک خط ۲) دو خط ۳) یک دایره ۴) دو دایره

۲۰) مکان هندسی مرکز دایره‌هایی که از دو نقطه‌ی A و B می‌گذرند، کدام است؟

- ۱) خطوط موازی با AB ۲) یک خط عمود بر AB ۳) دو خط موازی با AB ۴) خط عمود بر AB

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۲	۲	۴	۴	۴	۴	۴	۲	۱	۱	۲	۳	۳	۲	۱	۳	۳	۲	۱	۳

۴.۴ خودآزمایی شماره ۴ (دایره)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۳۵ دقیقه

(۱) فاصله‌ی نقطه‌ی متحرک $M = (x, y)$ از نقطه‌ی $A = (1, 3)$ به اندازه‌ی $\sqrt{2}$ برابر فاصله‌ی M تا نقطه‌ی $B = (-2, 4)$ است. شعاع دایره‌ی مسیر حرکت M کدام است؟

سراسری ۷

(۱) $2\sqrt{6}$ (۲) $2\sqrt{5}$ (۳) ۵ (۴) ۴

(۲) نقطه‌ی متحرک M روی دایره‌ی $x^2 + y^2 - 4x + 2y = 4$ قرار دارد، کمترین فاصله‌ی متحرک از نقطه‌ی ثابت $(6, 2)$ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

(۳) شعاع کوچک‌ترین دایره‌ی گذرا از نقطه‌ی $A = (-3, 3)$ و مماس بر خط $y = 2x - 1$: Δ کدام است؟

(۱) $\sqrt{5}$ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) $2\sqrt{5}$

(۴) اندازه‌ی شعاع دایره به معادله‌ی $2x^2 - 4x + 2y^2 + 12y - 12 = 0$ برابر کدام است؟

(۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

(۵) به ازای چه مقدار k خط $y = k$ بر دایره‌ی $x^2 + 2x + y^2 - 2y = 0$ مماس است؟

(۱) ۱ و -۱ (۲) $\sqrt{2}$ و $-\sqrt{2}$ (۳) ۳ و -۳ (۴) $1 \pm \sqrt{2}$

(۶) تمام خطوطی که بر دایره‌ی $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 0$ عمودند از نقطه‌ی ثابت A می‌گذرند، مختصات نقطه‌ی A کدام است؟

(۱) $(1, -2)$ (۲) $(-2, 1)$ (۳) $(2, -1)$ (۴) $(-1, 2)$

(۷) به ازای کدام مقدار a قائم‌های بر منحنی به معادله‌ی $2x^2 + (a-1)y^2 - 3x + 4y = 0$ همواره از نقطه‌ی ثابتی می‌گذرند؟

(۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) ۰

(۸) دایره‌ای که مرکز آن $(1, 5)$ و بر خط $3x + 4y = -2$ مماس است از نقطه‌ی $A(4, m)$ عبور می‌کند، m کدام است؟

(۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

(۹) مرکز دایره‌ی $2x^2 + 2y^2 + (a-1)x + (2a-1)y = 3$ روی کدام خط است؟

(۱) $8x + 4y = -1$ (۲) $4y - 8x = 1$ (۳) $4y - 8x = -1$ (۴) $4x + 8y = 1$

(۱۰) اگر دو خط $2x = 5$ و $y + 2x = 5$ بر دایره‌ای مماس باشند، محیط آن دایره چقدر است؟

(۱) $\frac{3\sqrt{5}}{20}\pi$ (۲) $\frac{3\sqrt{5}}{10}\pi$ (۳) $3\sqrt{5}\pi$ (۴) $2\sqrt{5}\pi$

(۱۱) نقطه‌ی $(a, 2a)$ مرکز دایره‌ای گذرنده بر دو نقطه‌ی $(2, 1)$ و $(-1, 4)$ است، شعاع این دایره کدام است؟

سراسری ۸۴

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) $3\sqrt{2}$

(۱۲) به ازای کدام مقدار a دایره به معادله $x^2 + y^2 - 2x + 4y + a = 0$ بر خط به معادله $x + 3y = 0$ مماس است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) ۳ (۴) ۵

(۱۳) کوچکترین دایره‌ای که از دو نقطه $(-1, 1)$ و $(3, -1)$ می‌گذرد، محور y ها را با کدام عرض مثبت قطع می‌کند؟

- (۱) ۱ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) ۲

(۱۴) معادله کلی قطرهای دایره‌ای به صورت $(m-1)x + y - m + 3 = 0$ است. اگر این دایره از مبدأ مختصات بگذرد، طول شعاع دایره برابر است با:

- (۱) ۵ (۲) $2\sqrt{5}$ (۳) $\sqrt{5}$ (۴) $\sqrt{3}$

(۱۵) دو دایره $x^2 + y^2 + 4y = 0$ و $(x-1)^2 + y^2 + 4y = a$ بر هم مماس‌اند، مقدار a کدام است؟

- (۱) $1 - 4\sqrt{2}$ (۲) $2 - 4\sqrt{2}$ (۳) $4\sqrt{2} - 1$ (۴) $4\sqrt{2} - 2$

(۱۶) دو دایره به معادله‌های $x^2 + y^2 - 4x + 4y = 1$ و $x^2 + y^2 - 4x + 8y + 19 = 0$ نسبت به یکدیگر چگونه‌اند؟

- (۱) مماس خارجی (۲) مماس داخلی (۳) متقاطع در دو نقطه (۴) یکی خارج دیگری

(۱۷) به ازای کدام مقدار b دو دایره به معادلات $x^2 + y^2 + 2x - 2y = 0$ و $x^2 + y^2 - 4y + b = 0$ مماس داخل‌اند؟ سراسری ریاضی ۸۶

- (۱) -۵ (۲) -۴ (۳) -۳ (۴) -۲

(۱۸) دو دایره به معادلات $x^2 + y^2 - 2x + 6y = 8$ و $x^2 + y^2 + 8x - 4y + 12 = 0$ نسبت به هم کدام وضع را دارند؟ سراسری تجربی ۸۷

- (۱) مماس خارج (۲) مماس داخل (۳) متقاطع (۴) متخارج

(۱۹) حدود m کدام باشد تا دو دایره $C: (x+3)^2 + y^2 - (2m+1)^2 = 0$ و $C': x^2 + y^2 - 8y - m^2 + 16 = 0$ در دو نقطه متقاطع باشند؟ ($m \geq 0$)

- (۱) $m > \frac{4}{3}$ (۲) $0 \leq m < 4$ (۳) $\frac{4}{3} < m < 4$ (۴) $m > 4$ یا $0 \leq m < \frac{4}{3}$

(۲۰) دایره به مرکز $(2, 0)$ و مماس بر نیمساز ربع اول، خط به معادله $y = 1$ را با کدام طول‌ها قطع می‌کند؟

- (۱) ۱ و ۳ (۲) ۰ و ۴ (۳) $\frac{1}{3}$ و $\frac{5}{3}$ (۴) $2 - \sqrt{2}$ و $2 + \sqrt{2}$

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۱	۳	۱	۲	۲	۱	۳	۴	۲	۱	۲	۳	۲	۱	۱	۴	۲	۱	۱	۲

۵.۴ خودآزمایی شماره ۵ (دایره)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۳۵ دقیقه

(۱) مکان هندسی مجموعه نقاطی مانند (x, y) که مجموع مربعات فواصل آنها از نقاط $A(1, -2)$ و $B(-1, 4)$ برابر 70 باشد کدام است؟

(۱) دایره‌ای به مرکز $(1, 0)$ و شعاع 10

(۲) دایره‌ای به مرکز $(0, 1)$ و شعاع 10

(۳) دایره‌ای به مرکز $(1, 0)$ و شعاع 5

(۴) دایره‌ای به مرکز $(0, 1)$ و شعاع 5

(۲) رابطه‌ی $k^2 + 1 = (m-1)x^2 + (2m-3)y^2$ معادله‌ی دایره است اگر:

(۱) $m = 2$ و k هر چه باشد. (۲) $m = -2$ و k هر چه باشد. (۳) $m, k > 2$ (۴) m, k هر چه باشند.

(۳) نقطه‌ی متغیر H را روی خط $D: 3x - 4y + 8 = 0$ و نقطه‌ی متغیر A را روی دایره‌ی $C: x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$ در نظر می‌گیریم، کوتاهترین فاصله‌ی AH کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

(۴) دایره‌ای بر خطی به معادله‌ی $y = 2x - 1$ مماس است و تمام قائم‌های آن دایره از نقطه‌ی $(-1, 2)$ می‌گذرند. بیشترین فاصله‌ی نقاط این دایره از محور x ها کدام است؟

(۱) $2 + \sqrt{5}$ (۲) $3 + \sqrt{2}$ (۳) ۵ (۴) ۶

(۵) دایره‌ای با مرکز $O(1, 1)$ خط $3x + 4y + 8 = 0$ را در وترى به طول ۸ قطع می‌کند. این دایره از نقطه‌ی $A(8, 0)$ با چه زاویه‌ای رؤیت می‌شود؟

(۱) 45° (۲) 30° (۳) 60° (۴) 90°

(۶) خط $2x + y = 3$ در دایره‌ی $x^2 + y^2 - 2x = 0$ وترى با کدام طول جدا می‌کند؟

(۱) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ (۲) $\frac{4}{\sqrt{5}}$ (۳) $\frac{3}{\sqrt{5}}$ (۴) $\frac{6}{\sqrt{5}}$

(۷) معادله‌ی دایره‌ای که مرکز آن نقطه‌ی $W = (-1, -2)$ باشد و از نقطه‌ی $A = (2, 3)$ بگذرد، کدام است؟

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 34 \quad (1)$$

$$(x+1)^2 + (y+2)^2 = 2 \quad (2)$$

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 2 \quad (3)$$

$$(x+1)^2 + (y+2)^2 = 34 \quad (4)$$

(۸) شعاع دایره‌ای که از سه نقطه با مختصات $(2, 1)$ و $(-2, 4)$ و $(0, 0)$ می‌گذرد کدام است؟

(۱) ۲ (۲) $2/5$ (۳) ۳ (۴) $3/5$

(۹) تمام خطوط قائم بر منحنی $mx^2 + 2y^2 - 4mx + 4y = 0$ از یک نقطه می‌گذرند، جمع مختصات این نقطه چند است؟

(۱) ۱ (۲) ۴ (۳) -۲ (۴) -۴

(۱۰) کدام یک از خط‌های زیر سطح دایره‌ی $x^2 + y^2 - 2x = 8$ را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند؟

(۱) $x = -1$ (۲) $x + 2y = 1$ (۳) $2x - y = 3$ (۴) $y = 2$

۱۱) دو دایره از نقطه‌ی $(2, 1)$ گذشته و بر محورهای مختصات مماس‌اند، شعاع این دایره‌ها کدام است؟

- ۱، ۴ (۱) ۱، ۵ (۲) ۲، ۴ (۳) ۲، ۵ (۴)

۱۲) حدود m برای آنکه نقطه‌ی $A = (m, m - 1)$ خارج دایره‌ی $x^2 + y^2 = 5$ باشد کدام است؟

- $-1 < m < 2$ (۱) $m > -1$ (۲) $m < 2$ (۳) $m < -1$ یا $m > 2$ (۴)

۱۳) اگر کمترین و بیشترین فاصله‌ی نقطه‌ی $P = (4, -1)$ از نقاط دایره‌ی $x^2 + y^2 - 4x + 2y + m = 0$ به ترتیب ۱ و ۳ باشد، مقدار m برابر کدام است؟ (P خارج دایره است.)

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۴) شعاع دایره‌ی $ax^2 + y^2 + 2x + 4y = k$ برابر ۲ است، آنگاه:

- $k = 0$ (۱) $k = 1$ (۲) $k = -1$ (۳) $k = 2$ (۴)

۱۵) دسته خطوط به معادله‌ی $(m + 2)y + (m + 1)x + 1 = 0$ قطرهای یک دایره‌اند. اگر این دایره از نقطه‌ی $(5, 2)$ بگذرد، شعاع آن چقدر است؟

- ۴ (۱) ۵ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $3\sqrt{2}$ (۴)

۱۶) دایره‌ای از نقطه‌ی $(-1, 2)$ گذشته و بر هر دو محور مختصات مماس است، قطر دایره‌ی بزرگتر کدام است؟

- ۸ (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۵ (۴)

۱۷) مقدار k کدام باشد تا دایره‌های $(x - 5)^2 + (y + 2)^2 = 4$ و $(x - 1)^2 + (y + 5)^2 = k$ مماس خارج باشند؟

- ۳ (۱) ۱ (۲) ۴ (۳) ۹ (۴)

۱۸) دو دایره به معادلات $x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$ و $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 0$ نسبت به هم چه وضعی دارند؟

- متداخل (۱) متخارج (۲) متقاطع (۳) مماس خارج (۴)

۱۹) دو دایره‌ی $x^2 + y^2 + 3x + y = 0$ و $x^2 + y^2 + 4x - y = 0$ همدیگر را در نقاط A و B قطع می‌کنند، طول پاره خط AB کدام است؟

- $\frac{7}{5}\sqrt{3}$ (۱) $\frac{3}{4}\sqrt{3}$ (۲) $\frac{7}{5}\sqrt{5}$ (۳) $\frac{3}{4}\sqrt{5}$ (۴)

۲۰) طول مماس مرسوم از نقطه‌ی $A(2, 1)$ بر دایره‌ی $x^2 + y^2 + 3x - y = 0$ چقدر است؟

- ۱۰ (۱) $\sqrt{10}$ (۲) ۵ (۳) $\sqrt{5}$ (۴)

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۲	۳	۴	۴	۲	۲	۳	۴	۴	۲	۲	۱	۲	۴	۲	۴	۱	۲	۱	۴

۶.۴ خودآزمایی شماره ۶ (دایره)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۳۵ دقیقه

(۱) مکان هندسی نقاطی مانند $P(x, y)$ که فاصله‌ی آنها از نقطه‌ی $A(0, 3)$ نصف فاصله‌ی آنها از نقطه‌ی $B(6, 0)$ است، کدام است؟

(۱) دایره‌ای به مرکز $(-2, 4)$ و شعاع $2\sqrt{5}$ (۱) دایره‌ای به مرکز $(0, 5)$ و شعاع $2\sqrt{3}$ (۲)

(۳) بیضی $9x^2 + 16y^2 = 144$ (۳) بیضی $2x^2 + y^2 = 10$ (۴)

(۲) جمع طول کوتاه‌ترین و بزرگترین وتر دایره‌ی $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 2$ که از نقطه‌ی $A(1, 0)$ می‌گذرد، کدام است؟

(۱) ۴ (۱) ۳ (۲) ۳ (۳) $2\sqrt{3} + 4$ (۳) ۴ (۴) ۵

(۳) طول پاره‌خطی که دایره‌ی $x^2 + y^2 - 4x + 4y + 4 = 0$ بر خط $y = x - 2$ جدا می‌کند، کدام است؟

(۱) ۲ (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) ۴ (۳) $3\sqrt{2}$ (۴)

(۴) اگر نمایش هندسی منحنی $(a-1)x^2 + 3y^2 = a+5$ دایره باشد، شعاع دایره چقدر است؟

(۱) $R=3$ (۱) $R=\sqrt{3}$ (۲) $R=2$ (۳) $R=\sqrt{2}$ (۴)

(۵) معادله‌ی دایره به شعاع $3\sqrt{2}$ و مماس بر نیمساز ناحیه‌ی اول و نیمساز ناحیه‌ی دوم کدام است؟

(۱) $x^2 + y^2 - 12y = 18$ (۱) $x^2 + y^2 - 12x = 18$ (۲)

(۳) $x^2 + y^2 - 12y + 18 = 0$ (۳) $x^2 + y^2 - 12x + 18 = 0$ (۴)

(۶) دایره به معادله‌ی $a(x^2 + y^2) + b(x + y) = 0$ از نقطه‌ی $(1, 1)$ می‌گذرد، شعاع این دایره چقدر است؟

(۱) $\sqrt{2}$ (۱) $\frac{b}{a}$ (۲) $a\sqrt{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴)

(۷) معادله‌ی دایره‌ای که مرکزش $C(0, 1)$ و بر دایره‌ی $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 3 = 0$ مماس باشد، کدام است؟

(۱) $x^2 + y^2 - 2y - 11 + 8\sqrt{2} = 0$ (۱) $x^2 + y^2 - 2y - 23 + 16\sqrt{2} = 0$ (۲)

(۳) $x^2 + y^2 + 2y + 11 + 8\sqrt{2} = 0$ (۳) $x^2 + y^2 + 2y + 23 + 16\sqrt{2} = 0$ (۴)

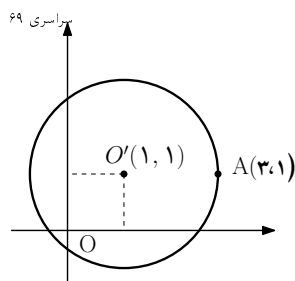
(۸) به ازای چه مقدار k ، معادله‌ی $(k-2)x^2 + (6-k)(y+1)^2 = 18$ یک دایره را مشخص می‌کند؟

(۱) ۸ (۱) ۶ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴)

(۹) در شکل زیر O' مرکز و A یک نقطه‌ی دایره است، معادله‌ی دایره کدام است؟

(۱) $x^2 + y^2 - 3x - y = 4$ (۱) $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 2$ (۲)

(۲) $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 4$ (۲) $x^2 + y^2 - 3x - y = 2$ (۴)



۱۰) نقطه‌ی M روی منحنی $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 6 = 0$ و نقطه‌ی N روی منحنی $x^2 + 8x + y^2 - 18y + 96 = 0$ قرار دارند، بیشترین فاصله‌ی MN کدام است؟

۱) (۱) ۱۶ (۲) ۱۵ (۳) ۶ (۴) ۵
 ۱۱) حدود m برای آنکه نقطه‌ی $A(m+1, m-1)$ خارج دایره‌ی $x^2 + y^2 - 2x = 12$ باشد، کدام است؟

۱) (۱) $m > 3$ یا $m < -2$ (۲) $m > 3$ (۳) $m < -2$ (۴) $-2 < m < 3$
 ۱۲) به ازای کدام مقدار a ، معادله‌ی $(3a-1)(x+1)^2 + (a+3)(y-1)^2 = 4$ معادله‌ی یک دایره است؟

۱) (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) ۲
 ۱۳) دایره‌ای که از سه نقطه‌ی $A(3, -1)$ و $B(6, 2)$ و $C(5, 3)$ عبور کند، از کدام نقطه‌ی زیر عبور می‌کند؟

۱) (۱) $(4, -1)$ (۲) $(4, 1)$ (۳) $(-2, 0)$ (۴) $(2, 0)$
 ۱۴) خط $3x + 4y + a = 0$ بر منحنی $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 4 = 0$ مماس است، مقدار a کدام است؟

۱) (۱) ۴ یا ۷ (۲) -۳ یا ۷ (۳) ۳ یا -۷ (۴) ۴ یا -۷
 ۱۵) معادله‌ی دایره‌ای به مرکز $(2, -1)$ و قطر ۴ واحد کدام است؟

۱) $x^2 + y^2 + 4x - 2y = 12$ (۲) $x^2 + y^2 - 4x + 2y = 12$

۳) $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 1 = 0$ (۴) $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$

۱۶) دو دایره به معادلات $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 5$ و $x^2 + y^2 + 2y = 0$ نسبت به هم چگونه‌اند؟

۱) مماس داخلی (۲) مماس خارجی (۳) متداخل (۴) متقاطع
 ۱۷) دو دایره به معادله‌های $x^2 + y^2 - 4x + 4y = 1$ و $x^2 + y^2 - 4x + 8y + 19 = 0$ نسبت به یکدیگر چگونه‌اند؟

۱) مماس خارجی (۲) مماس داخلی (۳) متقاطع در دو نقطه (۴) یکی خارج دیگری
 ۱۸) شعاع کوچکترین دایره‌ای که بر هر دو دایره‌ی $(x-3)^2 + y^2 = 25$ و $(x-1)^2 + y^2 = 1$ مماس می‌شود کدام است؟

۱) (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$
 ۱۹) معادله‌ی دایره‌ی مماس داخل با دایره‌ی $(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 = (1 + \sqrt{\alpha^2 + \beta^2})^2$ که مختصات مرکز آن $(2\alpha, 2\beta)$ است، کدام است؟

۱) $(x-2\alpha)^2 + (y-2\beta)^2 = \frac{1}{16}$ (۲) $(x-2\alpha)^2 + (y-2\beta)^2 = \frac{1}{9}$

۳) $(x-2\alpha)^2 + (y-2\beta)^2 = \frac{1}{4}$ (۴) $(x-2\alpha)^2 + (y-2\beta)^2 = 1$

۲۰) طول قطعه مماسی که از نقطه‌ی $A(4, 1)$ بر دایره به معادله‌ی $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 3 = 0$ رسم می‌شود، برابر کدام است؟

۱) (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) $2\sqrt{3}$

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۲	۴	۱	۲	۴	۴	۳	۴	۴	۱	۱	۲	۳	۲	۴	۳	۲	۲	۳	۱

(۱) مجموع فواصل هر نقطه از بیضی با خروج از مرکز $\frac{\sqrt{8}}{3}$ و طول قطر کوچک ۲ از دو کانون کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) ۴ (۴) ۶

(۲) مختصات یکی از کانون‌های بیضی قائم به مرکز $O(-1, 2)$ که طول قطر بزرگ آن $2\sqrt{3}$ و طول قطر کوچک آن $2\sqrt{2}$ است، کدام است؟

- (۱) $(0, 2)$ (۲) $(-1, 3)$ (۳) $(-1, 4)$ (۴) $(1, 2)$

(۳) به ازای کدام مقدار a نقطه‌ی $A(0, 1)$ یکی از رأس‌های کانونی بیضی به مرکز $O(0, a)$ و خروج از مرکز $\frac{\sqrt{3}}{4}$ و طول قطر کوچک $\sqrt{a^2 + 15}$ است؟

- (۱) -۷ (۲) -۵ (۳) ۳ (۴) ۴

(۴) نقطه‌ی $M(x, y)$ بر روی بیضی به طول وتر کانونی $\frac{8\sqrt{3}}{9}$ و طول قطر کوچک $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ قرار دارد، مجموع فواصل نقطه‌ی M از دو کانون این بیضی کدام است؟

- (۱) $\sqrt{6}$ (۲) ۳ (۳) $2\sqrt{3}$ (۴) ۶

(۵) نسبت طول‌های اقطار یک بیضی به مرکز $O(1, 2)$ برابر $\sqrt{2}$ است. اگر نقطه‌ی $(4, 2)$ کانون بیضی باشد، طول قطر بزرگ بیضی کدام است؟

- (۱) $6\sqrt{2}$ (۲) $3\sqrt{2}$ (۳) $4\sqrt{6}$ (۴) $2\sqrt{6}$

(۶) M نقطه‌ای از بیضی با طول قطر بزرگ $2\sqrt{1-k}$ و طول قطر کوچک $\sqrt{1-k}$ است. در صورتی که مجموع فاصله‌های نقطه‌ی M از دو کانون این مقطع مخروطی برابر ۴ باشد، فاصله‌ی کانونی این مقطع کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) ۳ (۳) $2\sqrt{3}$ (۴) ۶

(۷) رئوس غیرکانونی به همراه کانون‌های یک بیضی، رئوس یک مربع‌اند. خروج از مرکز این بیضی کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\frac{1}{3}$

(۸) در بیضی با طول قطر بزرگ $\sqrt{2}$ و طول قطر کوچک ۱، اندازه‌ی وتری که از کانون بیضی بر قطر بزرگ آن عمود شود، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) ۱ (۴) $\sqrt{2}$

(۹) نقاط $(3, 1)$ و $(-5, 1)$ کانون‌های یک بیضی با خروج از مرکز $\frac{4}{5}$ هستند. این بیضی محورهای مختصات را در چند نقطه قطع می‌کند؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰) فاصله‌ی کانونی بیضی با طول قطر بزرگ ۶ و طول وتر کانونی $\frac{2}{3}$ کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) ۶ (۳) $4\sqrt{2}$ (۴) ۲

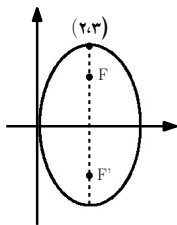
۱۱) بیضی به کانون‌های $F(-1, 1)$ و $F'(1, 1)$ بر محور طول‌ها مماس است، خروج از مرکز این بیضی کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۱۲) کانون‌های یک بیضی بر روی خطی به موازات محور x ها قرار دارند. اگر این بیضی بر دو خط به معادلات $x = -2$ و $x = 6$ مماس و نقطه‌ی $F = (4, 1)$ یکی از کانون‌های آن باشد، مختصات کانون دیگر کدام است؟

- (۱) $F'(0, 1)$ (۲) $F'(2, -1)$ (۳) $F'(0, -1)$ (۴) $F'(1, 1)$

۱۳) در شکل مقابل $F = (2, \sqrt{5})$ و $F' = (2, -\sqrt{5})$ کانون‌های بیضی اند،



- (۱) ۸ (۲) ۳

- (۳) $\frac{8}{3}$ (۴) $\frac{3}{8}$

۱۴) نسبت دو قطر یک بیضی $\frac{4}{3}$ است، خروج از مرکز آن کدام است؟

آزاد ۷۶

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{7}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{7}}{4}$

۱۵) خروج از مرکز مکان هندسی نقاطی از صفحه که مجموع فاصله‌های آنها تا دو نقطه‌ی $(-2, 0)$ و $(4, 0)$ برابر ۱۰ باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{4}{5}$

۱۶) شکل ظاهری کدام بیضی به دایره شبیه‌تر است؟

(۱) بیضی با قطر کوچک ۲ و وتر کانونی به طول $\frac{2}{3}$ (۲) بیضی با قطر بزرگ $4\sqrt{3}$ و قطر کوچک $4\sqrt{2}$

(۳) بیضی با خروج از مرکز $\frac{\sqrt{5}}{3}$ (۴) بیضی با قطر بزرگ $4\sqrt{\frac{7}{3}}$ و وتر کانونی به طول $\sqrt{21}$

۱۷) قطر بزرگ یک بیضی دو برابر قطر کوچک آن است، خروج از مرکز بیضی کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

۱۸) اگر نقطه‌ی $S(-3, 2)$ مرکز بیضی مماس بر محورهای مختصات و M نقطه‌ای روی این بیضی باشد، جمع فواصل M از کانون‌های این بیضی چند است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۱ (۴) ۶

۱۹) طول قطر کوچکتر بیضی $4\sqrt{2}$ و فاصله‌ی کانون تا نزدیکترین رأس ۲ واحد است، خروج از مرکز بیضی کدام است؟ سراسری ۷۲

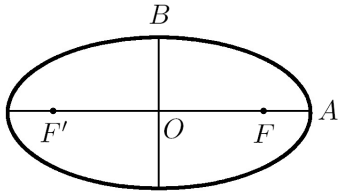
$\frac{2}{3}$ (۴)

$\frac{1}{4}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۱)

۲۰) در بیضی شکل مقابل مساحت مثلث OAB سه برابر مساحت مثلث FBF' است، خروج



$\frac{1}{6}$ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۱)

$\frac{2}{3}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۲	۱	۴	۱	۴	۳	۴	۳	۱	۲	۳	۴	۴	۳	۳	۱	۳	۱	۲	۴

۱) خط به معادله $y = 1$ محور تقارن و خط $x = 2$ خط هادی یک سهمی اند. اگر این سهمی از نقطه $(3, 2)$ بگذرد، فاصله ی کانون تا خط هادی آن کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{5}{4}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۲

۲) سهمی با کانون $F = (1, 1)$ و خط هادی به معادله $x = 3$ ، محور y ها را در دو نقطه A و B قطع می کند. طول پاره خط AB ، کدام است؟

سراسری ۸۳

- (۱) $4\sqrt{2}$ (۲) ۴ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) ۵

۳) به ازای چه مقدار a معادله $y^2 + (a-1)x^2 - 2y + x = 0$ یک سهمی است؟

- (۱) ۰ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) ۱

۴) نمودار معادله $y = 1 \pm \sqrt{2x-1}$ کدام است؟

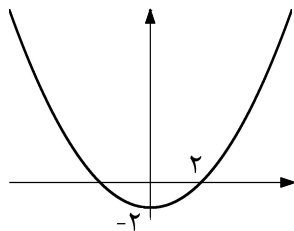
- (۱) دایره (۲) سهمی (۳) هذلولی (۴) بیضی

سراسری تجربی ۸۸

۵) در سهمی به معادله $y^2 + 4y + 2x + 1 = 0$ ، خط هادی آن از نقطه ای با کدام مختصات می گذرد؟

- (۱) $(1, -2)$ (۲) $(2, 1)$ (۳) $(1, 2)$ (۴) $(0, 3)$

سراسری ۷۷



۶) عرض کانون سهمی شکل مقابل کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) -۱ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) ۰

سراسری ۷۵

۷) به ازای کدام مقدار b طول نقطه F کانون سهمی به معادله $2y^2 + 4y - x + b = 0$ برابر با $\frac{17}{8}$ است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

سراسری ۸۰

۸) مختصات رأس سهمی که کانون آن $F(3, 5)$ و معادله ی خط هادی آن $x = -3$ باشد، کدام است؟

- (۱) $(-3, 3)$ (۲) $(-3, 5)$ (۳) $(0, 5)$ (۴) $(3, 0)$

۹) دهانه ی سهمی به معادله $y^2 + a(x-y) = 0$ رو به راست باز می شود و فاصله ی کانون تا خط هادی آن ۲ واحد است، مختصات کانون این سهمی کدام است؟

سراسری ۸۲

- (۱) $(-1, -2)$ (۲) $(0, -2)$ (۳) $(0, -1)$ (۴) $(1, 2)$

۱۰) در سهمی به معادله $x^2 - 6x + 8 = 2y$ خط هادی آن کدام است؟

- $y = \frac{1}{4}$ (۴) $y = -\frac{1}{4}$ (۳) $y = -1$ (۲) $y = -\frac{3}{4}$ (۱)

۱۱) اگر F کانون و Δ خط هادی سهمی به معادله $y^2 + 4x - 2y + 1 = 0$ باشد، شعاع دایره‌ای که مرکز آن F و بر خط Δ مماس باشد، کدام است؟

- ۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

۱۲) یک تلسکوپ انعکاسی دارای آینه سهموی است که فاصله‌ی رأس تا کانون ۷۲ سانتی‌متر و قطر قاعده‌ی آن ۱۶۸ سانتی‌متر است. عمق آینه در مرکز، چند سانتی‌متر است؟

سراسری تجربی ۸۹

- ۲۶/۵ (۴) ۲۶ (۳) ۲۴/۵ (۲) ۲۴ (۱)

۱۳) اگر $S = (1, -2)$ رأس سهمی $x^2 + 2ax + y + b = 0$ باشد، $a + b$ کدام است؟

- ۴ (۴) ۲ (۳) -۲ (۲) صفر (۱)

۱۴) مختصات کانون سهمی به رأس $A(3, 2)$ و خط هادی $x = 4$ کدام است؟

- $(3, 0)$ (۴) $(3, 1)$ (۳) $(2, 1)$ (۲) $(2, 2)$ (۱)

۱۵) مختصات رأس سهمی $2y^2 - 4y + x = 2$ کدام است؟

- $(-4, 1)$ (۴) $(4, -1)$ (۳) $(4, 1)$ (۲) $(1, 4)$ (۱)

۱۶) در سهمی $y^2 + 2x - 4y = 0$ دایره‌ای به مرکز نقطه‌ای روی سهمی به طول ۱ رسم می‌کنیم به طوری که از کانون بگذرد، این دایره بر کدام خط مماس است؟

- $y = \frac{5}{4}$ (۴) $y = \frac{3}{4}$ (۳) $x = \frac{5}{4}$ (۲) $x = \frac{3}{4}$ (۱)

۱۷) از کانون سهمی به معادله $y^2 = 4ax$ ، $(a > 0)$ ، خطی به موازات خط هادی سهمی رسم می‌کنیم تا سهمی را در دو نقطه‌ی A و B قطع کند. طول پاره خط AB کدام است؟

- $4a$ (۴) $3a$ (۳) $2a$ (۲) a (۱)

۱۸) کدام گزینه در مورد سهمی $y^2 = 4(x + y)$ نا درست است؟

- (۱) محور تقارن سهمی خط $y = 2$ است. (۲) کانون سهمی نقطه‌ی $F(0, -2)$ است.
 (۳) فاصله‌ی کانون تا رأس برابر $\frac{1}{4}$ است. (۴) طول کوتاه‌ترین وتر کانونی برابر ۴ است.

۱۹) در سهمی $3y^2 + 5y - 7x = 1$ وتر عمود بر محور تقارن در کانون سهمی رسم می‌کنیم، طول این وتر چقدر است؟

$\frac{3}{7}$ (۴)

$\frac{7}{3}$ (۳)

$\frac{7}{6}$ (۲)

$\frac{7}{12}$ (۱)

سراسری ریاضی ۹۷

۲۰) به ازای کدام مقدار a ، خط هادی سهمی $2y^2 - 12y + ax + 8 = 0$ ، به معادله $x = \frac{21}{8}$ است؟

۵ و ۱۶ (۴)

۵ و ۱۲ (۳)

۳ و ۱۶ (۲)

۳ و ۱۲ (۱)

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۴	۳	۳	۴	۲	۲	۱	۳	۲	۲	۲	۲	۳	۳	۱	۲	۲	۴	۱	۱

۹.۴ خودآزمایی شماره ۹ (سهمی)

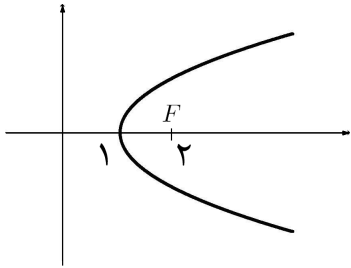
تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۳۵ دقیقه

سراسری ۷۱

(۱) معادله‌ی سهمی که $F \left| \begin{matrix} 2 \\ -\frac{7}{2} \end{matrix} \right.$ کانون و خط $y = -\frac{5}{4}$ هادی آن باشد کدام است؟

(۱) $x^2 = 2x - 4y + 10$ (۲) $x^2 = 4x - 2y - 10$ (۳) $x^2 = 2x - 4y - 10$ (۴) $x^2 = 4x - 2y + 10$



(۲) معادله‌ی سهمی شکل مقابل کدام است؟

(۲) $y^2 = 3x - 3$

(۱) $y^2 = 4x - 4$

(۴) $y^2 = x - 1$

(۳) $y^2 = 2x - 2$

(۳) نقطه‌ی $S(-1, 1)$ رأس سهمی و خطی به معادله‌ی $x = -\frac{3}{4}$ خط هادی آن است، این سهمی محور x ها را با کدام طول قطع می‌کند؟

سراسری ۷۹

(۱) -3 (۲) -2 (۳) 0 (۴) 1

(۴) رأس سهمی به معادله‌ی $y = x^2 + 2x$ و نقاط تلاقی این سهمی با محور x ها سه رأس یک مثلث اند، مساحت این مثلث کدام است؟

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) 1 (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) 3

(۵) اگر رأس سهمی $y^2 - 4x - 2y + m = 0$ روی نیمساز ربع اول واقع باشد، مقدار m کدام است؟

(۱) 5 (۲) 4 (۳) 3 (۴) 2

(۶) اگر در یک سهمی به معادله‌ی $(x-1)^2 = a(y+1)$ فاصله‌ی رأس تا خط هادی برابر ۲ باشد، مقدار مثبت a کدام است؟

(۱) 1 (۲) 2 (۳) 4 (۴) 8

سراسری ۶۹

(۷) معادله‌ی خط هادی سهمی به معادله‌ی $y = ax^2 + 2ax + a$ کدام است؟

(۱) $y = \frac{-1}{2a}$ (۲) $y = \frac{-1}{4a}$ (۳) $y = \frac{-1}{a}$ (۴) $y = \frac{-1}{3a}$

سراسری ۷۵

(۸) به ازای کدام مقدار a کانون سهمی به معادله‌ی $y^2 - ay - 3x = \frac{a^2}{4}$ بر روی نیمساز ناحیه‌ی اول است؟

(۱) -3 و -1 (۲) -3 و 1 (۳) 3 و -1 (۴) 3 و 1

آزاد ۷۳

(۹) معادله‌ی خطی که از کانون سهمی $y = x^2 - 2x$ و مبدأ مختصات می‌گذرد، به کدام صورت است؟

(۱) $3y + x = 0$ (۲) $3x + 4y = 0$ (۳) $3x - 4y = 0$ (۴) $4x - 3y = 0$

(۱۰) معادله‌ی خط هادی سهمی $y^2 = -6x + 12$ کدام است؟

$7x = 2$ (۴)

$x = 2$ (۳)

$2x = 7$ (۲)

$2x = 1$ (۱)

(۱۱) مختصات کانون سهمی $x^2 - 4x = 4y + 8$ کدام است؟

$F(2, -4)$ (۴)

$F(2, -2)$ (۳)

$F(2, 0)$ (۲)

$F(2, 2)$ (۱)

(۱۲) معادله‌ی خط هادی سهمی $y^2 - 2y - x = 0$ کدام است؟

$x = -\frac{5}{4}$ (۴)

$x = \frac{5}{4}$ (۳)

$y = -\frac{3}{4}$ (۲)

$x = -\frac{3}{4}$ (۱)

(۱۳) کدام نقطه از سهمی $y^2 = 4x$ از کانون و رأس آن به یک فاصله است؟

$(\frac{1}{4}, 1)$ (۴)

$(\frac{1}{4}, \sqrt{2})$ (۳)

$(2, 2\sqrt{2})$ (۲)

$(1, 2)$ (۱)

(۱۴) معادله‌ی خط هادی سهمی $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + 2x$ کدام است؟

$y = -1$ (۴)

$x = -\frac{1}{2}$ (۳)

$x = 1$ (۲)

$y = -\frac{1}{2}$ (۱)

(۱۵) کدام نقطه روی سهمی $y = x^2 + 1$ از کانون و رأس سهمی به یک فاصله است؟

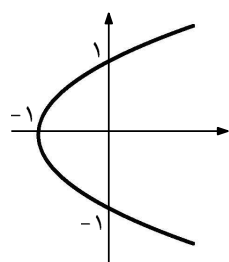
$(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{3}{2})$ (۴)

$(\frac{1}{4}, \frac{5}{4})$ (۳)

$(\frac{\sqrt{2}}{4}, \frac{9}{8})$ (۲)

$(0, 1)$ (۱)

(۱۶) معادله‌ی خط هادی سهمی شکل روبه‌رو کدام است؟



$x = -\frac{3}{4}$ (۲)

$x = -\frac{5}{4}$ (۱)

$x = -2$ (۴)

$x = -\frac{7}{4}$ (۳)

(۱۷) از کانون سهمی به معادله‌ی $x^2 + 2y - 3x + 1 = 0$ خطی به موازات محور طول‌ها رسم می‌کنیم تا سهمی را در دو نقطه‌ی M و N قطع کند. طول پاره‌خط MN کدام است؟

$\frac{3}{4}$ (۴)

۲ (۳)

$\sqrt{5}$ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۱)

(۱۸) نقطه‌ی M به طول ۱ روی سهمی به معادله‌ی $y^2 = 4x$ قرار دارد. به مرکز M دایره‌ای رسم کرده‌ایم که بر خط هادی این سهمی مماس است. مساحت این دایره کدام است؟

16π (۴)

4π (۳)

2π (۲)

π (۱)

۱۹) نمایش هندسی معادله $(x^2 - y) = 0$ $[(x - 2)^2 + (y - 4)^2]$ کدام است؟

- ۱) بیضی ۲) چهارضلعی ۳) سهمی ۴) هذلولی

۲۰) محور تقارن یک سهمی با رأس $(-1, 3)$ موازی محور x ها است. اگر این سهمی از نقطه $(5, 9)$ بگذرد، فاصله ی کانون تا خط هادی آن، کدام است؟

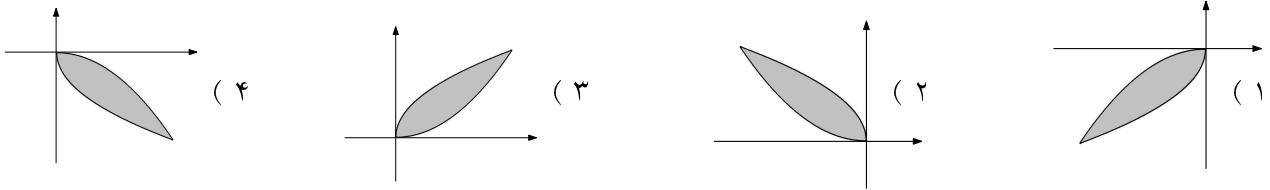
- ۱) $2/5$ ۲) 3 ۳) $3/5$ ۴) 4

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۲	۳	۳	۳	۱	۲	۳	۳	۴	۳	۲	۲	۲	۲	۴	۱	۲	۲	۱	۲

(۱) اگر $S = \{(x, y) : |y - x| \leq 2, |x| \leq 2\}$ زیرمجموعه‌ای از \mathbb{R}^2 باشد، فاصله‌ی دورترین نقطه‌ی مجموعه‌ی S از مبدأ مختصات کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) $4\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{5}$

(۲) اگر $S_1 = \{(x, y) : y \geq x^2\}$ و $S_2 = \{(x, y) : x \geq y^2\}$ ، آنگاه نمودار $S_1 \cap S_2$ کدام است؟



(۳) نقاط $M = (4, 0, 0)$ و $N = (0, 4, 0)$ و $P = (0, 0, 4)$ سه رأس مثلثی هستند. این مثلث

- (۱) مختلف الاضلاع است. (۲) متساوی الساقین است. (۳) قائم الزاویه است. (۴) متساوی الاضلاع است.

(۴) به ازای چند مقدار k ، فاصله‌ی نقطه‌ی $A(2 - k, \sqrt{k^2 + 2k}, \sqrt{k^2 + 1})$ از محور y ها برابر فاصله‌ی A از صفحه‌ی xz است؟

- (۱) هیچ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

(۵) اگر $A = (-1, 1, 2)$ و $B = (-2, -3, 4)$ و $C = (0, 1, -2)$ سه رأس یک مثلث باشند، طول میانه‌ی AM از مثلث ABC کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) $\sqrt{5}$ (۳) $\sqrt{7}$ (۴) $\sqrt{8}$

(۶) وجه‌های یک مکعب مستطیل، قسمت‌هایی از صفحات به معادلات $x = -1, x = 3, y = 1, y = 3, z = -2$ و $z = 1$ هستند. کدام یک از نقاط زیر دقیقاً بر دو وجه این مکعب واقع شده است؟

- (۱) $(-1, 1, 1)$ (۲) $(3, 3, 3)$ (۳) $(0, 1, -2)$ (۴) $(1, 3, -1)$

(۷) اگر قرینه‌ی نقطه‌ی $A = (1, 2, 3)$ نسبت به صفحه‌ی $x = -y$ ، نقطه‌ی $B(m, n, p)$ و قرینه‌ی نقطه‌ی A نسبت به نقطه‌ی $(-1, 2, 1)$ ، نقطه‌ی $C = (m', n', p')$ باشد، $p' - m$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۳ (۴) -۳

(۸) اگر قرینه‌ی نقطه‌ی $P = (2a - 1, 3, b + 4)$ نسبت به صفحه‌ی $x = z$ ، نقطه‌ی $P'(2, c - 1, -3)$ باشد، حاصل $a + b + c$ چقدر است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

۹) مکان هندسی نقاطی از صفحه xOy که فاصله‌ی آنها از نقطه‌ای به ارتفاع ۲ روی محور z ها برابر ۴ باشد، کدام است؟

- (۱) $x^2 + y^2 = 12$ (۲) یک نقطه (۳) $x^2 + y^2 = 8$ (۴) تهی

۱۰) نقاط $A = (5, 4, 1)$ ، $B = (-1, 2, 4)$ و $O = (0, 0, 0)$ مفروض‌اند و $\vec{AM} = \frac{2}{3} \vec{AB}$ می‌باشد. مقدار $|\vec{OM}|$ ، کدام است؟

- (۱) $\sqrt{10}$ (۲) $\sqrt{11}$ (۳) $\sqrt{13}$ (۴) $\sqrt{14}$

۱۱) اگر $\vec{v}_1 = 2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$ و $\vec{v}_2 = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ حاصل $\frac{|\vec{v}_1 - 2\vec{v}_2|}{|\vec{v}_1 + 2\vec{v}_2|}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\sqrt{6}$ (۳) $\frac{\sqrt{6}}{6}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۱۲) اگر دو بردار $\vec{v}_1 = (2, 1, m+1)$ و $\vec{v}_2 = (-1, 2k, 1)$ موازی باشند، m و k کدام‌اند؟

- (۱) $m = -3$ و $k = -\frac{1}{4}$ (۲) $m = -3$ و $k = \frac{1}{4}$ (۳) $m = 3$ و $k = \frac{1}{4}$ (۴) $m = 3$ و $k = -\frac{1}{4}$

۱۳) اگر دو بردار غیر صفر \vec{u} و \vec{v} در رابطه‌ی $\vec{u} + \vec{v} = \vec{o}$ صدق کنند، حاصل $||\vec{u}| \vec{v} - |\vec{v}| \vec{u}||$ کدام است؟

- (۱) \vec{o} (۲) $2|\vec{u}|^2$ (۳) $|\vec{u}|^2$ (۴) $\frac{1}{4}|\vec{u}|^2$

۱۴) فرض کنید $\vec{a} = (1, -1, 0)$ و $\vec{b} = (0, 1, -1)$. اگر بردار \vec{c} با بردار $\vec{a} + 2\vec{b}$ هم‌راستا باشد و $|\vec{c}| = 2$ ، آنگاه بردار \vec{c} کدام است؟

- (۱) $(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{2}{\sqrt{3}})$ (۲) $(-\frac{2}{\sqrt{3}}, \frac{2}{\sqrt{6}}, \frac{4}{\sqrt{6}})$ (۳) $(\frac{2}{\sqrt{3}}, \frac{2}{\sqrt{3}}, -\frac{2}{\sqrt{3}})$ (۴) $(\frac{2}{\sqrt{6}}, \frac{2}{\sqrt{6}}, -\frac{4}{\sqrt{6}})$

۱۵) اندازه‌ی تصویر بردار $\vec{v} = (3, 1, 2)$ بر صفحه‌ی yz کدام است؟

- (۱) $\sqrt{5}$ (۲) $\sqrt{10}$ (۳) $\sqrt{13}$ (۴) $\sqrt{14}$

۱۶) اندازه‌ی تصاویر بردار \vec{a} روی صفحات مختصات برابر $\sqrt{5}$ ، $\sqrt{6}$ و $\sqrt{7}$ است. طول بردار \vec{a} ، کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

۱۷) اگر زاویه‌ی بین دو بردار \vec{a} و \vec{b} برابر $\frac{\pi}{4}$ باشد، زاویه‌ی بین دو بردار $\vec{a} + \vec{b}$ و $|\vec{a}|\vec{b} + |\vec{b}|\vec{a}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{4}$ (۲) $\frac{\pi}{3}$ (۳) $\frac{\pi}{8}$ (۴) $\frac{3\pi}{8}$

۱۸) اگر $\vec{a} + \vec{b}$ و $\vec{a} - \vec{b}$ بر هم عمود باشند و $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$ باشد، متوازی‌الاضلاع‌ی که روی دو بردار \vec{a} و \vec{b} ساخته می‌شود، کدام است؟

(۱) لوزی است و مربع نیست. (۲) متوازی‌الاضلاع است و مستطیل نیست.

(۳) مربع است. (۴) مستطیل است و مربع نیست.

۱۹) اگر $\vec{a} = (2, -1, 0)$ ، $\vec{b} = (1, -1, 2)$ ، $\vec{c} = (0, 1, -1)$ و $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c} = (4, -4, 5)$ ، حاصل $3\alpha + 2\beta - \gamma$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۶ (۴) ۸

۲۰) اگر بردار $\vec{a} = (1, -2, 4)$ قطر یک مکعب مستطیل بنا شده با صفحات مختصات باشد، حجم و مساحت کل مکعب مستطیل به ترتیب چقدر است؟

- (۱) ۸ و ۲۸ (۲) ۸ و ۲۴ (۳) ۱۶ و ۲۸ (۴) ۱۶ و ۲۴

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۱	۴	۳	۳	۳	۱	۴	۲	۱	۱	۱	۱	۳	۱	۳	۲	۳	۴	۳	۴

۱۱.۴ خودآزمایی شماره ۱۱ (ضرب داخلی و ضرب خارجی بردارها)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۳۵ دقیقه

(۱) اگر $|\vec{a}| = 2\sqrt{6}$ و $|\vec{b}| = 5$ و $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = 0$ اندازه‌ی بردار $\vec{a} - \vec{b}$ کدام است؟

سراسری ۸۳

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۷

(۲) اگر طول‌های دو بردار $V_1 = (a+1)i + 2j$ و $V_2 = 2i - (a+3)j$ برابر باشند، حاصل $\sqrt{2}|V_1 + V_2| + V_1 \cdot V_2$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۴ (۳) ۴ (۴) ۲

(۳) اگر $|\vec{a}| = \frac{2}{3}$ و $\vec{b} = 2i + 2j - k$ ، حاصل $\vec{a} \cdot \vec{b}$ کدام عدد نمی‌تواند باشد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

(۴) اگر $\vec{a} = 2i + 3j + k$ و $\vec{b} = i - j + k$ آنگاه کسینوس زاویه‌ی بین دو بردار $\vec{a} - \vec{b}$ و \vec{b} کدام است؟

سراسری ۸۱

- (۱) $-\sqrt{\frac{3}{17}}$ (۲) $-\sqrt{\frac{5}{17}}$ (۳) $\sqrt{\frac{3}{17}}$ (۴) $\sqrt{\frac{5}{17}}$

(۵) حاصل‌ضرب داخلی دو بردار با اندازه‌های مساوی، برابر با مربع اندازه‌ی هر یک از دو بردار است. زاویه‌ی بین دو بردار چند درجه است؟

سراسری ۷۸

- (۱) صفر (۲) 30° (۳) 45° (۴) 90°

(۶) بردار $p = (m-1, m, m+1)$ بر محور z عمود است، کسینوس زاویه‌ی بردار p با محور x ها کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) 90° (۳) $\frac{-2}{\sqrt{5}}$ (۴) $\frac{2}{\sqrt{5}}$

(۷) اگر \vec{a} و \vec{b} دو بردار غیرصفر بوده و $|\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{a} + \vec{b}|$ ، آنگاه زاویه‌ی بین \vec{a} و \vec{b} کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{3}$ (۲) $\frac{\pi}{3}$ (۳) $\frac{\pi}{4}$ (۴) $\frac{\pi}{6}$

(۸) اگر دو بردار $\vec{a} = \frac{3}{4}i + \frac{3}{4}j$ و $\vec{b} = \alpha i + \beta j$ برهم عمود باشند، نسبت $\frac{\alpha}{\beta}$ کدام است؟

سراسری ۷۶

- (۱) $-\sqrt{3}$ (۲) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۴) $\sqrt{3}$

(۹) دو بردار غیر صفر \vec{a} و \vec{b} بر هم عمودند اگر و تنها اگر (نماد \times به مفهوم ضرب خارجی است).

سراسری ۷۵

- (۱) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ (۲) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$ (۳) $\vec{a} \times \vec{b} = 0$ (۴) $\vec{a} \times \vec{b} = 1$

۱۰) کدام یک از گزاره‌های زیر در مورد حاصل ضرب دو بردار صحیح است؟

- ۱) حاصل ضرب داخلی دو بردار جابه‌جایی است.
- ۲) حاصل ضرب خارجی دو بردار جابه‌جایی است.
- ۳) اگر حاصل ضرب خارجی دو بردار صفر باشد، همواره یکی از بردارها صفر است.
- ۴) اگر حاصل ضرب داخلی دو بردار صفر باشد، همواره یکی از بردارها صفر است.

۱۱) چند مقدار حقیقی برای m وجود دارد تا برای دو بردار $\vec{a} = (1, 2, 1)$ و $\vec{b} = (0, m, -1)$ رابطه $|\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{11}$ برقرار باشد؟

- (۱) صفر
- (۲) ۱
- (۳) ۲
- (۴) بی‌شمار

۱۲) اگر $v_1 = 2i + 2j$ و $v_2 = i + 2k$ اندازه‌ی بردار $v_1 \times v_2$ کدام است؟

- (۱) ۴
- (۲) ۵
- (۳) ۶
- (۴) ۷

۱۳) بردار عمود بر دو بردار $\vec{a} = i + j$ و $\vec{b} = i - k$ کدام است؟

- (۱) $i - j + k$
- (۲) $i + j - k$
- (۳) $-i + j + k$
- (۴) $i + j + k$

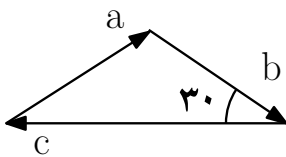
۱۴) اگر \vec{a} ، \vec{b} و \vec{c} سه بردار و $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ ، آنگاه $\vec{a} \times \vec{b}$ برابر کدام است؟

- (۱) $\vec{c} \times \vec{b}$
- (۲) $\vec{a} \times \vec{c}$
- (۳) $\vec{b} \times \vec{a}$
- (۴) $\vec{c} \times \vec{a}$

۱۵) اگر $v_1 = (1, 2, -1)$ و $v_2 = (3, 1, -1)$ آنگاه طول تصویر بردار $v_1 \times v_2$ روی محور y ‌ها چقدر است؟

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۶

۱۶) در شکل مقابل \vec{b} و \vec{c} بردارهایی با طول ۳ و ۶ هستند، حاصل $|\vec{a} \times \vec{b}|$ کدام است؟



- (۱) ۴/۵
- (۲) ۹
- (۳) ۱۸
- (۴) ۳۶

۱۷) دو بردار \vec{a} و \vec{b} به طول‌های ۳ و ۴ با یکدیگر زاویه‌ی 30° درجه می‌سازند مساحت مثلثی که بر روی دو بردار $\vec{a} - 2\vec{b}$ و $3\vec{a} + 2\vec{b}$ تولید شود کدام است؟

- (۱) ۲۴
- (۲) ۳۶
- (۳) ۴۲
- (۴) ۴۸

۱۸) مساحت مثلث بناشده روی بردارهای \vec{a} و \vec{b} به ترتیب به طول‌های ۵ و ۸ واحد، برابر ۱۲ واحد مربع است. اگر زاویه‌ی بین دو بردار کمتر از قائمه باشد، طول بردار $2\vec{a} - \vec{b}$ کدام است؟

- (۱) $5\sqrt{2}$
- (۲) ۶
- (۳) $4\sqrt{3}$
- (۴) $3\sqrt{5}$

۱۹) سه بردار \vec{a} ، \vec{b} و \vec{c} غیرموازی با یک صفحه‌اند. حاصل ضرب $(\vec{b} \times \vec{c}) \cdot \vec{a}$ برابر کدام است؟ سراسری ۳

- (۱) $\vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})$ (۲) $\vec{b} \cdot (\vec{a} \times \vec{c})$ (۳) $\vec{a} \cdot (\vec{c} \times \vec{b})$ (۴) $(\vec{c} \times \vec{b}) \cdot \vec{a}$

۲۰) اگر $\vec{a} = 3i - j$ و $\vec{b} = j + 2k$ و $\vec{c} = i + 5j + 4k$ آنگاه حجم متوازی‌السطوحی که با این سه بردار ساخته می‌شود برابر است با:

- (۱) ۲۱ (۲) ۲۰ (۳) ۲۵ (۴) ۱۹

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۲	۱	۲	۱	۲	۲	۴	۱	۳	۳	۱	۱	۲	۱	۳	۱	۱	۳	۱	۴

۱۲.۴ خودآزمایی شماره ۱۲ (ضرب داخلی و ضرب خارجی بردارها)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۳۵ دقیقه

سراسری ۶۹

(۱) اگر $v_1 = (1, -1, 1)$ و $v_2 = (-1, 4, -5)$ آنگاه حاصل $v_1 \cdot v_2 + |v_1 + v_2|$ کدام است؟

- (۱) -۵ (۲) صفر (۳) ۵ (۴) ۱۵

(۲) اگر $\vec{a} = (1, 1, 2)$ و $\vec{b} = (2, 1, 3)$ در این صورت حاصل $\vec{a} \cdot ((\vec{a} \cdot \vec{b})i)$ کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) -۹ (۳) صفر (۴) ۶

(۳) اگر $|\vec{a}| = 2$ و $\vec{a} \cdot \vec{b} = 4$ باشد و بردارهای \vec{a} و \vec{b} هم‌راستا نباشند، در این صورت کمترین مقدار طبیعی برای $|\vec{b}|$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

آزاد ۶۸

(۴) زاویه‌ی بین دو بردار $v_1 = (2, 3, -3)$ و $v_2 = (3, 2, 4)$ چقدر است؟

- (۱) 120° (۲) 90° (۳) 30° (۴) 60°

(۵) اگر $\vec{a} = (2, -1, 1)$ و زاویه‌ی بین دو بردار \vec{a} و \vec{b} برابر $\frac{\pi}{3}$ و بردار \vec{a}' قرینه‌ی بردار \vec{a} نسبت به بردار \vec{b} باشد، حاصل $\vec{a} \cdot \vec{a}'$ برابر کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) ۳ (۳) $-3\sqrt{3}$ (۴) $3\sqrt{3}$

(۶) اگر α زاویه‌ی بین دو بردار \vec{a} و \vec{b} باشد، طول بردار $\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} + \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}$ برابر است با:

- (۱) $\cos \alpha$ (۲) $2 \cos \frac{\alpha}{2}$ (۳) $\sin \alpha$ (۴) $2 \sin \frac{\alpha}{2}$

(۷) زاویه‌ی بین دو بردار $\vec{a} = 2i - 3j + 4k$ و $\vec{b} = i + 2j + k$ چند درجه است؟

- (۱) 45° (۲) 60° (۳) 120° (۴) 90°

آزاد ۶۶

(۸) دو بردار $OA = (1, m, 2)$ و $OB = (m - 1, 2, 2)$ بر هم عمودند، m چقدر است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) -۱ (۴) ۱

(۹) بردار \vec{a} بر بردار $\vec{b} - \vec{a}$ عمود و زاویه‌ی بین دو بردار \vec{a} و \vec{b} برابر 30° است. اگر $|\vec{b}| = 2$ ، آنگاه طول بردار \vec{a} کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) ۳ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) ۲

(۱۰) اگر $\vec{a} = 2i + 3j - 4k$ و $\vec{b} = -i + 2j + 3k$ و $\vec{c} = 5i - j - k$ ، آنگاه مقدار $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$ برابر است با:

- (۱) ۱۰ (۲) ۸۰ (۳) ۶۰ (۴) ۴۰

(۱۱) بردارهای $\vec{a} = (-1, m, n)$ و $\vec{b} = (2, -1, 0)$ و $\vec{c} = (1, -1, 2)$ مفروض‌اند، اگر $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = 0$ مقدار $m + n$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{5}{2}$ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) $-\frac{5}{2}$ (۴) $-\frac{2}{5}$

۱۲) اگر a و b و c سه بردار غیر صفر باشند، خلاصه شده $((b+c) \times (c-a)) \cdot (2a-b)$ کدام است؟

- (۱) $a \cdot (b \times c)$ (۲) $2a \cdot (b \times c)$ (۳) $3a \cdot (b \times c)$ (۴) صفر

۱۳) اگر i و j و k بردارهای واحد باشند، حاصل $(\vec{i} \times (\vec{i} \times \vec{j})) \times \vec{k}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $-i$ (۳) j (۴) $-k$

۱۴) اگر $a = i - 2j$ و $b = 3j + 2k$ و $c = 4i + j - 2k$ باشند، تصویر بردار $(a \times b) \times c$ روی محور x ها کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۵) زاویه‌ی بین دو بردار \vec{a} و \vec{b} کمتر از 90° است. اگر $|\vec{a}| = 6$ ، $|\vec{b}| = 5$ و $|\vec{a} \times (\vec{a} + \vec{b})| = 18$ ، آنگاه حاصل $\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b})$ کدام است؟

- (۱) ۵۴ (۲) ۵۶ (۳) ۶۰ (۴) ۶۴

۱۶) اندازه‌ی بردار حاصل ضرب خارجی دو بردار با حاصل ضرب داخلی دو بردار برابر است، زاویه‌ی بین دو بردار چند درجه است؟

- (۱) 30° (۲) 45° (۳) 60° (۴) 90°

۱۷) اگر \vec{a} و \vec{b} دو بردار و $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 3$ و $\vec{a} \cdot \vec{b} = 5$ ، مساحت مثلثی که دو ضلع آن بردارهای $\vec{a} - 2\vec{b}$ و $3\vec{a} + 2\vec{b}$ می‌باشند، کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{14}$ (۲) $4\sqrt{56}$ (۳) $6\sqrt{14}$ (۴) $8\sqrt{56}$

۱۸) به ازای چه مقدار m ضرب خارجی بردارهای $\vec{a} = (2, 3, 6)$ و $\vec{b} = (3, m+n, n)$ صفر است؟

- (۱) ۴ (۲) $4/5$ (۳) $-4/5$ (۴) -4

۱۹) سه بردار \vec{a} ، \vec{b} و \vec{c} در یک صفحه قرار دارند اگر:

- (۱) $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0$ (۲) $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) \neq 0$ (۳) $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = 0$ (۴) $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) \neq 0$

۲۰) اگر $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = (1, 2, -1)$ آنگاه حاصل $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$ کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۶ (۳) $\sqrt{6}$ (۴) ۳۶

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۲	۱	۳	۲	۲	۳	۱	۲	۳	۳	۲	۱	۳	۴	۲	۲	۲	۳	۱	۱

۱۳.۴ خودآزمایی شماره ۱۳ (ضرب داخلی و ضرب خارجی بردارها)

تعداد سؤال: ۲۰

وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

(۱) اگر $\vec{a} = -2\vec{b}$ و $|\vec{b}| = 4$ آنگاه $\vec{a} \cdot \vec{b}$ کدام است؟

- (۱) ۱۶ (۲) -۱۶ (۳) ۳۲ (۴) -۳۲

(۲) حاصل ضرب داخلی دو بردار $v_1 = (2, -1, 0)$ و $v_2 = (-1, 3, 4)$ برابر است با:

- (۱) ۶ (۲) -۵ (۳) ۲ (۴) ۵

(۳) اگر $\vec{a} = (3, 1, 4)$ و $\vec{b} = (1, -1, 0)$ کسینوس زاویه‌ی بین دو بردار $(\vec{b} + \vec{a})$ و $(\vec{b} - \vec{a})$ برابر است با:

- (۱) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (۲) $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (۳) $\frac{3}{2\sqrt{3}}$ (۴) $-\frac{3}{2\sqrt{3}}$

تعاونی سنجش ۸۴

(۴) زاویه‌ی بردار $\sqrt{2}i - j + k$ با محور oy چند درجه است؟

- (۱) ۴۵ (۲) ۶۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۳۵

(۵) اگر $\frac{|\vec{a} + \vec{b}|^2 - |\vec{a} - \vec{b}|^2}{|\vec{a}||\vec{b}|} = 2$ باشد، زاویه‌ی بین \vec{a} و \vec{b} کدام است؟

- (۱) $\frac{2\pi}{3}$ (۲) $\frac{\pi}{6}$ (۳) $\frac{\pi}{3}$ (۴) $\frac{\pi}{2}$

(۶) با فرض $a = (3, m, 5)$ و $b = (3 - m, 7, 0)$ ، به ازای یک مقدار m دو بردار $a + b$ و $a - b$ عمود بر هم هستند. زاویه‌ی بین دو بردار a و b در این حالت، چند درجه است؟

سراسری ریاضی ۹۵

- (۱) ۳۰ (۲) ۴۵ (۳) ۶۰ (۴) ۹۰

آزاد ۶۶

(۷) دو بردار $v_1 = (4, 5, n)$ و $v_2 = (2, m, 3)$ بر هم عمودند، m و n کدام یک از اعداد زیر می‌توانند باشند؟

- (۱) $m = n = 1$ (۲) $m = n = -1$ (۳) $m = n = -2$ (۴) $m = n = 2$

(۸) در صورتی که t عدد حقیقی باشد و $\vec{a} = i - j$ و $\vec{b} = j + tk$ ، به ازای چه مقدار t دو بردار $\vec{a} + \vec{b}$ و $\vec{a} - \vec{b}$ بر هم عمودند؟

- (۱) ± 1 (۲) $\pm\sqrt{2}$ (۳) $\pm\sqrt{3}$ (۴) ± 2

سراسری ۸۲

(۹) تصویر قائم بردار $(0, -3, 6)$ روی امتداد بردار $(2, -1, -2)$ ، کدام بردار است؟

- (۱) $(2, -1, -2)$ (۲) $(-2, 1, 2)$ (۳) $(4, -2, -4)$ (۴) $(2, 3, -1)$

(۱۰) اگر $\vec{a} = (1, 1, 0)$ و $\vec{b} = (1, 0, 1)$ و $\vec{c} = (0, 1, 1)$ در این صورت $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$ کدام است؟

- (۱) $(1, -1, 0)$ (۲) $(-1, 0, 1)$ (۳) $(0, 1, -1)$ (۴) $(-1, -1, -1)$

(۱۱) اگر $\vec{a} = i + j$ و $\vec{b} = 2i - 3j + k$ و $\vec{c} = 4j - 3k$ آنگاه $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$ برابر است با:

- (۱) $23i + 6j - 4k$ (۲) $23i + 3j + 4k$ (۳) $23i - 3j + 4k$ (۴) $23i - 6j + 4k$

(۱۲) اگر $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ و $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ آنگاه $\vec{a} \times \vec{b}$ کدام است؟

(۱) $(a_1b_2 - a_2b_1, a_2b_3 - a_3b_2, a_3b_1 - a_1b_3)$ (۲) $(a_2b_3 - a_3b_2, a_1b_2 - a_2b_1, a_1b_3 - a_3b_1)$

(۳) $(a_1b_2 - a_2b_1, a_2b_3 - a_3b_2, a_3b_1 - a_1b_3)$ (۴) $(a_2b_3 - a_3b_2, a_3b_1 - a_1b_3, a_1b_2 - a_2b_1)$

(۱۳) اگر $\vec{a} = 2i + j - 3k$ و $\vec{b} = i - 2j + k$ بردار عمود بر دو بردار \vec{a} و \vec{b} به اندازه‌ی ۵، برابر است با:

(۱) $\pm \frac{5\sqrt{3}}{3}(i - j - k)$ (۲) $\pm \frac{5\sqrt{3}}{3}(i + j - k)$

(۳) $\pm \frac{5\sqrt{3}}{3}(i - j + k)$ (۴) $\pm \frac{5\sqrt{3}}{3}(i + j + k)$

آزاد ۷۹

(۱۴) اگر $|v_1 \times v_2| = \sqrt{3}(v_1 \cdot v_2)$ زاویه‌ی بین بردارهای v_1 و v_2 چقدر است؟

- (۱) $\frac{\pi}{6}$ (۲) $\frac{\pi}{3}$ (۳) $\frac{\pi}{4}$ (۴) $\frac{\pi}{2}$

(۱۵) حاصل ضرب داخلی دو بردار $4\sqrt{3}$ - و اندازه‌ی ضرب خارجی آنها ۴ می‌باشد، زاویه‌ی بین دو بردار چقدر است؟

- (۱) $\frac{\pi}{6}$ (۲) $\frac{\pi}{3}$ (۳) $\frac{2\pi}{3}$ (۴) $\frac{5\pi}{6}$

(۱۶) اگر $|\vec{a}| = 4$ و $|\vec{b}| = 5$ و $|(\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{a} - \vec{b})| = 20$ ، زاویه‌ی بین \vec{a} و \vec{b} کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{4}$ (۲) $\frac{\pi}{6}$ (۳) $\frac{\pi}{3}$ (۴) $\frac{\pi}{2}$

(۱۷) دو بردار \vec{a} و \vec{b} به طول‌های ۵ و ۸ واحد مفروض‌اند. مساحت مثلث تولید شده توسط این دو بردار ۱۲ واحد مربع است. اگر زاویه‌ی بین دو بردار کمتر از قائمه باشد، اندازه‌ی تفاضل دو بردار کدام است؟

سراسری ۸۱

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) $6/5$ (۴) $7/5$

(۱۸) اگر $\vec{a} = 2i - j + k$ و \vec{c} سه بردار باشند به طوری که $\vec{a} \times \vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} - \vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c})$ ، بردار \vec{c} کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) $(3, 5, -1)$ (۲) $(4, 1, 2)$ (۳) $(-2, 1, -1)$ (۴) $(2, 1, 5)$

(۱۹) v_1, v_2 و v_3 سه بردار غیر صفر و $v_3 \cdot (v_1 \times v_2) = 0$ ، کدام گزینه در مورد این سه بردار صحیح است؟

سراسری ۷۱

(۱) v_1 بر v_2 و v_3 عمود است. (۲) $(v_1 \times v_2)$ موازی v_3 است.

(۳) v_1, v_2, v_3 در یک صفحه قرار دارند. (۴) v_1 بر v_2 و v_3 عمود است.

۲۰) دو بردار با تساویر $a = (1, -2, 3)$ و $b = (2, 1, -1)$ مفروض هستند. حجم متوازی السطوح که بر روی سه بردار a ، b و $a \times b$ ساخته شود، کدام است؟

سراسری ریاضی ۹۳

۸۰ (۴

۷۵ (۳

۷۲ (۲

۵۴ (۱

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۳	۳	۳	۱	۲	۴	۲	۴	۱	۲	۱	۲	۱	۲	۳	۳	۳	۴	۲	۴

فصل ۵

سؤالات کنکورهای اخیر

۱.۵ سؤالات کنکور ۹۸

۱.۱.۵ سؤالات رشته ریاضی (داخل کشور)

(۱) از رابطه‌ی ماتریسی $\begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 4 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 2x \\ -1 \end{bmatrix} = 0$ ، عدد غیر صفر x ، کدام است؟

$\frac{2}{5}$ (۴)

$\frac{4}{9}$ (۳)

$\frac{3}{8}$ (۲)

$\frac{2}{9}$ (۱)

(۲) اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ ، از رابطه‌ی ماتریسی $AX = A - 2I$ ، ماتریس X ، کدام است؟

$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$ (۴)

$\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ (۳)

$\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$ (۲)

$\begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$ (۱)

(۳) اگر A ماتریس 3×3 باشد و $|A| = 4$ ، آنگاه دترمینان ماتریس $|A|.A$ ، کدام است؟

۲۵۶ (۴)

۱۲۸ (۳)

۹۶ (۲)

۶۴ (۱)

(۴) وتر مشترک دایره‌ی C با دایره به معادله‌ی $x^2 + y^2 - 4x = 6$ منطبق بر نیمساز ناحیه‌ی اول است. اگر دایره‌ی C از نقطه‌ی $(-1, 4)$ بگذرد، معادله‌ی آن کدام است؟

$x^2 + y^2 + 2y - x = 6$ (۲)

$x^2 + y^2 - y + 3x = 6$ (۱)

$x^2 + y^2 - 3y - x = 6$ (۴)

$x^2 + y^2 - 2y + x = 6$ (۳)

(۵) معادله‌ی یک سهمی با کانون $F(2, 1)$ و خط هادی به معادله‌ی $x = 4$ ، کدام است؟

$y^2 - 2y + 2x = 5$ (۲)

$y^2 - 2y + 4x = 11$ (۱)

$x^2 - 6x + 2y = -5$ (۴)

$x^2 - 4x + 4y = 0$ (۳)

۶) در سهمی به معادله $5y^2 - 10y + 4x = 3 = 0$ ، فاصله‌ی کانون تا نقطه‌ی تلاقی سهمی با محور x ها، کدام است؟ تجزیه نظام قدیم

- ۱/۲ (۱) ۱/۲۵ (۲) ۱/۳ (۳) ۱/۴۵ (۴)

۷) در یک بیضی به افطار $2\sqrt{5}$ و ۲ واحد، دایره‌ای هم مرکز با بیضی و شعاع ۲ واحد، بیضی را در نقطه‌ی M قطع می‌کند. مجموع مربعات فواصل M از دو کانون بیضی، کدام است؟

- ۱۲ (۱) ۱۶ (۲) ۱۸ (۳) ۲۰ (۴)

۸) در یک بیضی به کانون‌های $(2, -1)$ و $(2, 7)$ ، اندازه‌ی قطر کوچک ۶ واحد است. خروج از مرکز این بیضی، کدام است؟

تجزیه نظام قدیم

- ۰/۶ (۱) ۰/۶۴ (۲) ۰/۷۵ (۳) ۰/۸ (۴)

۹) به ازای کدام مقدار m ، سه بردار $\vec{a} = (-1, 2, 3)$ ، $\vec{b} = (2, 0, 1)$ و $\vec{c} = (-4, m, 5)$ در یک صفحه‌اند؟

- ۲ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۲.۱.۵ سؤالات رشته ریاضی (خارج از کشور)

۱۰) به ازای کدام مقدار x و y ماتریس $\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 0 \\ y & 1 \end{bmatrix}$ یک ماتریس قطری است؟

- $x = 1, y = -7$ (۱) $x = 2, y = -7$ (۲) $x = 2, y = -5$ (۳) $x = 1, y = -5$ (۴)

۱۱) اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ ، از رابطه‌ی $AX = B$ ، ماتریس X ، کدام است؟

- $\begin{bmatrix} 2 & 13 \\ -1 & -8 \end{bmatrix}$ (۱) $\begin{bmatrix} 2 & 11 \\ 1 & -6 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 1 & 13 \\ -1 & -6 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} -1 & -12 \\ 1 & 8 \end{bmatrix}$ (۴)

۱۲) دترمینان ماتریس $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 3 & 0 & 5 \\ -2 & 6 & 1 \end{bmatrix}$ ، کدام است؟

- ۱۲ (۱) ۱۵ (۲) ۲۲ (۳) ۲۵ (۴)

۱۳) وتر مشترک دایره به معادله‌ی $x^2 + y^2 = 17$ ، با دایره‌ی C گذرا بر نقطه‌ی $(6, -1)$ ، بر خط به معادله‌ی $2x - y = 3$ منطبق است. شعاع دایره‌ی C ، کدام است؟

- ۳ (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) ۴ (۴)

۱۴) نقطه‌ی $A(-1, 4)$ مرکز یک دایره است که بر روی خط $2x - 3y + 1 = 0$ و تری به طول $2\sqrt{7}$ جدا می‌کند. این دایره خط $y = 2$ را با کدام طول، قطع می‌کند؟

تجربی خارج از کشور

- (۱) $3, -5$ (۲) $2, -4$ (۳) $-1 \pm \sqrt{2}$ (۴) $-1 \pm \sqrt{3}$

۱۵) مختصات کانون سهمی به معادله‌ی $2x^2 - 4x + 3y = 4$ ، کدام است؟

- (۱) $(1, \frac{5}{4})$ (۲) $(1, \frac{13}{8})$ (۳) $(\frac{1}{4}, 2)$ (۴) $(\frac{5}{8}, 2)$

۱۶) در یک بیضی با خروج از مرکز $\sqrt{\frac{2}{3}}$ ، دو سر قطر بزرگ از انتهای قطر کوچک، با کدام زاویه رؤیت می‌شود؟

- (۱) 60° (۲) 90° (۳) 120° (۴) 150°

۱۷) اگر $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ و $\vec{b} = 4\vec{i} + \vec{k}$ باشند، حجم متوازی‌السطوحی که بر روی سه بردار \vec{a} و \vec{b} و $\vec{a} \times \vec{b}$ ساخته شود، کدام است؟

- (۱) 156 (۲) 169 (۳) 174 (۴) 189

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
			۴	۳	۲	۱	۴	۴	۱	۲	۴	۴	۲	۴	۱	۴	۴	۲	۱

۲.۵ سوالات کنکور ۹۹

۱.۲.۵ سوالات رشته ریاضی (داخل کشور)

(۱) کوچکترین دایره‌ی گذرا بر دو نقطه‌ی $A(2, 5)$ و $B(-4, 1)$ ، محور x ها را با کدام طول، قطع می‌کند؟

- (۱) $1, -3$ (۲) $0, -3$ (۳) $2, -1$ (۴) $3, -2$

(۲) از بین دایره‌های گذرا از نقطه‌ی $A(1, -4)$ و مماس بر خط‌های $4x + 3y = 0$ و محور y ها، بزرگترین شعاع دایره، کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{3}$ (۲) $\frac{17}{9}$ (۳) $\frac{7}{3}$ (۴) $\frac{22}{9}$

(۳) در یک بیضی به قطرهای ۸ و $2\sqrt{7}$ واحد و کانون‌های F و F' ، دایره‌ای به قطر $F'F$ بیضی را در نقطه‌ی M ، قطع می‌کند. فاصله‌ی نقطه‌ی M تا نزدیک‌ترین کانون، کدام است؟

- (۱) $4 - 2\sqrt{2}$ (۲) $2/5$ (۳) $4 - \sqrt{2}$ (۴) 3

(۴) اگر نقطه‌ی $F(-2, -25/2)$ کانون سهمی $y^2 + ay + bx + 1 = 0$ باشد، کوچکترین مقدار b ، کدام است؟

- (۱) -4 (۲) -3 (۳) -2 (۴) 2

(۵) اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ -3 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، درایه‌های سطر اول ماتریس A^3 ، کدام است؟

- (۱) $[30 \ 6 \ 64]$ (۲) $[30 \ 6 \ 78]$ (۳) $[24 \ 8 \ 86]$ (۴) $[30 \ 6 \ 86]$

(۶) از رابطه‌ی ماتریسی $X \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}$ ، ماتریس X ، کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} 7 & 9 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 7 & 9 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 9 & 7 \\ -4 & -4 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} -9 & -7 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$

(۷) جواب معادله‌ی $\begin{vmatrix} -4 & 1 & 1 \\ 1 & 2-x & 1 \\ 3 & 2 & 3-x \end{vmatrix} = 0$ ، کدام است؟

- (۱) $1, -4$ (۲) $1, 4$ (۳) $1, 5$ (۴) $2, 5$

۲.۲.۵ سؤالات رشته ریاضی (خارج از کشور)

۸) دایره‌ای به مرکز $(1, 3)$ بر روی خط راست $5x + 12y = 15$ ، وترى به طول $2\sqrt{41}$ ، جدا می‌کند. این دایره بر روی محور x ها، وترى با کدام اندازه جدا می‌کند؟

- ۱) $2\sqrt{6}$ (۲) 6 (۳) $2\sqrt{15}$ (۴) 8

۹) از میان دایره‌های گذرا از نقطه‌ی $A(3, 2)$ و مماس بر خطوط $3x - 4y = 0$ و $y = 0$ ، کوچکترین شعاع دایره کدام است؟

- ۱) 1 (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{13}{9}$

۱۰) یک بیضی به قطرهای $AA' = 14$ و $BB' = 4\sqrt{6}$ و کانون F نزدیک به نقطه‌ی A ، مفروض است. خط عمود بر قطر AA' از نقطه‌ی F ، دایره به قطر AA' را در نقطه‌ی M ، قطع می‌کند. اندازه‌ی پاره خط AM ، کدام است؟

- ۱) 7 (۲) $2\sqrt{7}$ (۳) $2\sqrt{6}$ (۴) $2\sqrt{3}$

۱۱) در سهمی به معادله‌ی $y^2 + ay + bx - 9 = 0$ ، معادله‌ی خط هادی، $x = \frac{13}{p}$ و محور تقارن آن $y = 1$ است. مقدارهای b ، کدام‌اند؟

- ۱) $5, 8$ (۲) $5, 7$ (۳) $4, 8$ (۴) $3, 7$

۱۲) اگر $A = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، درایه‌های سطر اول ماتریس A^4 ، کدام است؟

- ۱) $[0 \ 1 \ 0]$ (۲) $[1 \ 0 \ 0]$ (۳) $[0 \ 0 \ 1]$ (۴) $[1 \ 0 \ 1]$

۱۳) فرض کنید $A = \begin{bmatrix} \frac{3}{4} & \frac{1}{2} \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ و ماتریس X ، جواب معادله‌ی $AX = A^{-1}$ ، باشد. ماتریس X ، کدام است؟

- ۱) $\begin{bmatrix} -32 & 14 \\ 48 & -25 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 32 & -14 \\ -56 & 25 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 16 & -7 \\ -28 & 21 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 16 & -7 \\ -25 & 14 \end{bmatrix}$

۱۴) جواب‌های معادله‌ی $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 4 & x+5 \\ x-1 & 6 & -1 \end{vmatrix} = 0$ ، کدام است؟

- ۱) $4, -9$ (۲) $3, -8$ (۳) $-4, 9$ (۴) $-3, 8$

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
						۳	۲	۲	۱	۲	۱	۴	۳	۳	۴	۲	۳	۲	۱

۳.۵ سوالات کنکور ۱۴۰۰

۱.۳.۵ سوالات رشته ریاضی (داخل کشور)

(۱) فرض کنید $\log_{\frac{5}{3}}(3x - 2) = 1$ مقدار x ، کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) $\frac{17}{3}$ (۳) ۴ (۴) $\frac{7}{3}$

(۲) بردار $\vec{a} = (-1, \alpha, 1)$ با محور z در فضا زاویه‌ی ۴۵ درجه می‌سازد. اگر $\vec{b} = (-\frac{4}{3}, \frac{2}{3}, 2)$ و زاویه‌ی بردار $\vec{a} \times \vec{b}$ با محور z ها، θ باشد، مقدار $\cos \theta$ ، کدام است؟

- (۱) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲) $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۳) مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC به طول وتر ۸ واحد مفروض است. این مثلث را توسط بردار \vec{AT} که در جهت بردار \vec{AM} (M وسط وتر BC) قرار دارد، انتقال می‌دهیم. اگر مساحت محدود بین مثلث اولیه و جدید، $\frac{1}{16}$ مساحت اولیه باشد، اندازه‌ی بردار \vec{AT} ، کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{4}$

(۴) فرض کنید $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & 8 & 4 \\ 3 & 2 & 5 \\ 6 & 9 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. مجموع درایه‌های سطر سوم ماتریس A ، کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳

(۵) فرض کنید $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$. اگر $BA^T A = 52I$ باشد، ماکزیمم مقدار درایه‌های ماتریس B ، کدام است؟

- (۱) ۱۴ (۲) ۱۸ (۳) ۲۴ (۴) ۲۸

(۶) کدام عبارت درست است؟

- (۱) مجموعه نقاطی از فضا که از دو خط موازی به یک فاصله باشند، در تعداد نامتناهی صفحه قرار می‌گیرند.
- (۲) مجموعه نقاطی از فضا که از دو خط موازی به یک فاصله باشند، در صفحه‌ی عمود بر آن دو خط قرار می‌گیرند.
- (۳) مجموعه نقاطی از فضا که از یک نقطه و یک خط که از آن نمی‌گذرد، به یک فاصله باشند، روی منحنی سهمی شکل قرار دارند.
- (۴) مجموعه نقاطی از فضا که مجموع فاصله‌های هر نقطه‌ی آن از دو نقطه‌ی ثابت در فضا، به یک اندازه باشند، روی محیط یک بیضی قرار می‌گیرند.
- (۷) سهمی $6 - 12y = (x - 1)^2$ با رأس F و کانون F' مفروض است. یک بیضی با کانون‌های F و F' و خروج از مرکز $\frac{6}{5}$ می‌سازیم. فاصله‌ی مرکز بیضی از مبدأ مختصات، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) ۲

۲.۳.۵ سؤالات رشته ریاضی (خارج از کشور)

۸) بردارهای $\vec{a} = (-1, \alpha, 2)$ و $\vec{b} = (-\frac{4}{3}, \frac{2}{3}, 2)$ در فضا مفروض اند. اگر بردار $(\vec{a} \cdot \vec{b})(\vec{a} \times \vec{b})$ موازی بردار $\vec{c} = -\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ باشد، مقدار α ، کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) هیچ مقداری برای α به دست نمی آید.

۹) اگر ماتریس ناصفر $b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$ چنان باشد که $\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 4 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4b_1 \\ 4b_2 \end{bmatrix}$ ، آنگاه مقدار a ، کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) صفر (۳) ۴ (۴) ۱۲

۱۰) فرض کنید $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & 8 & 4 \\ 3 & 2 & 5 \\ 6 & 9 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. مجموع عناصر روی قطر اصلی ماتریس A ، کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۷ (۳) ۱۹ (۴) ۲۱

۱۱) فرض کنید $A = \begin{bmatrix} 1 & a & 3 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ و $AA^T B = 52I$. اگر $|B| = 104$ باشد، مجموع مقادیر ممکن برای a ، کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۲

۱۲) کدام عبارت زیر درست است؟

- ۱) مجموعه‌ی خطوط عمود بر یک خط در فضا، بینهایت صفحه در فضا تشکیل می‌دهند.
- ۲) مجموعه‌ی نقاطی که از یک خط مفروض در فضا، متساوی‌فاصله‌اند، روی سطح یک کره قرار می‌گیرند.
- ۳) مجموعه‌ی نقاطی که مجموع فواصل آن‌ها از دو نقطه‌ی ثابت در فضا، به یک اندازه باشند، روی محیط یک بیضی قرار می‌گیرند.
- ۴) مجموعه‌ی خطوط گذرا از یک نقطه که با محور گذرا از آن نقطه، زاویه‌ی یکسان می‌سازند، روی سطح یک مخروط قرار می‌گیرند.

۱۳) اگر $A = (-1, 2, 0)$ ، $B = (1, 0, -1)$ و $C = (0, -1, 1)$ ، سه رأس مثلث ABC باشند، طول ارتفاع AH ، کدام است؟

- (۱) $\frac{5\sqrt{3}}{4}$ (۲) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ (۳) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ (۴) $3\sqrt{3}$

۳.۳.۵ سؤالات رشته تجربی (داخل کشور)

۱۴) دایره‌های $x^2 + y^2 + 2y = 3$ و $x^2 + y^2 + 2x = 3$ متقاطع‌اند. معادله‌ی وتر مشترک این دو دایره، کدام است؟

- (۱) $x = y$ (۲) $x = 1 + y$ (۳) $x = -y$ (۴) $x = 1 - y$

۴.۳.۵ سؤالات رشته تجربی (خارج کشور)

(۱۵) دایره‌ی $x^2 + y^2 + 2y = 3$ مفروض است. معادله‌ی دایره‌ای که با دایره‌ی قبلی مماس داخل بوده و از نقطه‌ی $(0, -3)$ گذشته و شعاع آن با قطر دایره‌ی اصلی برابر باشد، کدام است؟

$$x^2 + y^2 - 4y + 3 = 0 \quad (۲)$$

$$x^2 + y^2 - 4x = 3 \quad (۱)$$

$$x^2 + y^2 + 4y + 3 = 0 \quad (۴)$$

$$x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0 \quad (۳)$$

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
					۵	۱	۲	۱	۴	۴	۱	۲	۲	۵	۴	۱	۱	۱	۳

۴.۵ سؤالات کنکور ۱۴۰۱

۱.۴.۵ سؤالات رشته ریاضی (داخل کشور)

(۱) اگر $A = \begin{bmatrix} x & -1 & -x \\ 0 & 0 & 4 \\ y & z & z \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 2z & \frac{1}{2} & 2 \\ 2z & 0 & -4y \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$ و ماتریس AB به ازای $y \in \mathbb{Z}$ ماتریس اسکالر باشد، مقدار xy کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) ۲

(۲) اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ و ماتریس X در رابطه ماتریسی $X = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ صدق کند، کوچکترین درایه قطر اصلی ماتریس X کدام است؟

- (۱) -۱۵ (۲) -۳ (۳) ۶ (۴) ۸

(۳) به ازای هر m ، معادله $(m-2)x + (m+1)y = 6$ ، معادله قطری از دایره C است. اگر نقطه $(-1, 1)$ روی دایره C باشد، محیط دایره C کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{2}\pi$ (۲) 2π (۳) 3π (۴) $2\sqrt{3}\pi$

(۴) در سهمی $2y^2 - 2ay + 8x + b = 0$ نقطه $(-1, 1)$ رأس سهمی است. مقدار $\frac{a}{b}$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $-\frac{1}{5}$ (۴) $-\frac{1}{3}$

(۵) سه بردار $\vec{a} = (1, 1, 0)$ ، $\vec{b} = (-1, 2, 0)$ و $\vec{c} = (x, y, 4)$ در یک صفحه و $\vec{h} = (x, y, 4)$ بردار ارتفاع متوازی السطوح حاصل از این سه بردار است. اگر $\vec{a} \cdot \vec{c} = 1$ و $\vec{b} \cdot \vec{c} = 5$ باشد، اندازه بردار \vec{c} کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) $\sqrt{19}$ (۴) $\sqrt{21}$

(۶) دو بردار که اندازه یکی دو برابر دیگری است، با هم زاویه 60° درجه می‌سازند. زاویه بین بردار بزرگ‌تر و تفاضل دو بردار، چند درجه است؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۴۵ (۳) ۶۰ (۴) ۱۲۰

۲.۴.۵ سؤالات رشته ریاضی (خارج از کشور)

(۷) ماتریس $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$ ، I ماتریس همانی و α و β دو عدد حقیقی هستند که $\alpha A + \beta I = A^{-1}$. مقدار $\frac{\beta}{\alpha}$ کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) ۴ (۳) -۲ (۴) ۲

۸) اگر $A = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، درایه‌های سطر اول ماتریس A^2 کدام است؟

- (۱) $[1 \ -1 \ 0]$ (۲) $[9 \ 13 \ 16]$ (۳) $[1 \ 0 \ -2]$ (۴) $[9 \ 5 \ -7]$

۹) معادله دایره‌ای که بر دو دایره $x^2 - 8x + y^2 + 15 = 0$ و $x^2 - 2x + y^2 = 0$ مماس خارج است و مرکزش روی یکی از محورهای قرار دارد، کدام است؟

(۱) $x^2 + y^2 + 5x + 6 = 0$ (۲) $x^2 + y^2 - 5x + 6 = 0$

(۳) $4x^2 + 4y^2 - 20x + 25 = 0$ (۴) $4x^2 + 4y^2 + 20x + 25 = 0$

۱۰) فاصله دو کانون بیضی $x^2 + 4y^2 - 16y - 2x + 16 = 0$ ، کدام است؟

- (۱) $\sqrt{15}$ (۲) $\frac{\sqrt{15}}{2}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۳.۴.۵ سوالات رشته تجربی (داخل کشور)

۱۱) نقطه $(-12, 0)$ یکی از کانون‌های یک بیضی است که طول قطر کوچک آن برابر ۱۸ است. اگر مبدأ مختصات مرکز بیضی باشد، خروج از مرکز بیضی، چقدر است؟

- (۱) $0/6$ (۲) $0/8$ (۳) $1/4$ (۴) $1/8$

۴.۴.۵ سوالات رشته تجربی (خارج کشور)

۱۲) دو دایره $x^2 + y^2 + 2y - 4x = 0$ و $x^2 + y^2 - 2y = 2$ ، نسبت به هم کدام وضعیت را دارند؟

- (۱) مماس بیرون (۲) متقاطع (۳) متخارج (۴) متداخل

۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
								۲	۱	۳	۲	۱	۲	۱	۴	۲	۱	۳	۲

فصل ۶

پاسخنامه

-201	3-171	2-121	3-81	1-41	3-1
-202	4-172	1-122	3-82	2-42	4-2
-203	1-173	3-123	3-83	3-43	2-3
-204	4-174	3-124	1-84	3-44	3-4
-205	4-175	4-125	3-85	1-45	2-5
-206	3-176	2-126	1-86	4-46	1-6
-207	3-177	1-127	3-87	2-47	1-7
-208	4-178	3-128	4-88	2-48	4-8
-209	1-179	2-129	4-89	1-49	3-9
-210	4-180	3-130	3-90	4-50	1-10
-211	3-181	3-131	3-91	4-51	4-11
-212	2-182	3-132	4-92	3-52	4-12
-213	2-183	4-133	1-93	4-53	3-13
-214	2-184	4-134	3-94	1-54	2-14
-215	2-185	3-135	2-95	1-55	4-15
-216	1-186	4-136	4-96	3-56	2-16
-217	4-187	1-137	4-97	3-57	4-17
-218	2-188	2-138	3-98	2-58	2-18
-219	1-189	4-139	1-99	3-59	3-19
-220	1-190	2-140	3-100	1-60	2-20
-221	-181	3-141	1-101	3-61	3-21
-222	-182	1-142	3-102	4-62	4-22
-223	-183	4-143	2-103	2-63	1-23
-224	-184	2-144	3-104	2-64	4-24
-225	-185	3-145	1-105	3-65	2-25
-226	-186	3-146	1-106	2-66	4-26
-227	-187	4-147	3-107	3-67	2-27
-228	-188	2-148	3-108	2-68	2-28
-229	-189	4-149	1-109	3-69	4-29
-230	-190	2-150	3-110	3-70	3-30
-231	-191	3-151	4-111	1-71	3-31
-232	-192	2-152	3-112	3-72	1-32
-233	-193	3-153	3-113	2-73	3-33
-234	-194	4-154	2-114	3-74	1-34
-235	-195	1-155	1-115	4-75	3-35
-236	-196	4-156	1-116	3-76	4-36
-237	-197	2-157	1-117	1-77	3-37
-238	-198	4-158	4-118	3-78	4-38
-239	-199	2-159	1-119	3-79	2-39
-240	-200	3-160	4-120	1-80	4-40