بسمه تعالی

جزوه کمک آموزشی

فیزیک ۲

مناسب دانش آموزان یازدهم رشته ریاضی و تجربی

فصل دوم - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم

محتوای درسنامه:

ارائه و آموزش مطالب کتاب به زبان ساده و پاسخگویی تمامی مسائل و سوالات درسی

تهیه شده توسط :

امین گرمرودی - دبیر فیزیک (کارشناس ارشد فیزیک ذرات بنیادی)

(نسخه ۰,۱)

جریان الکتریکی : به شارش (حرکت) بارهای الکتریکی (الکترون ها) درون یک رسانا در مدت زمان معین را جریان الکتریکی می گویند.

توجه! جریان الکتریکی کمیتی نرده ای بوده و آن را با نماد I نشان می دهیم و یکای آن آمپر (A) می باشد.

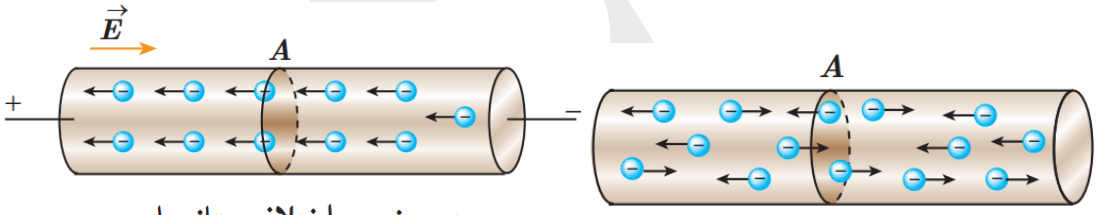
انواع مواد از نظر رسانایی الکتریکی :

۱. **مواد رسانا:** این مواد به راحتی بار الکتریکی را از خود عبور می دهد. فلزات جزو رساناها می باشند.

۲. **مواد ناراسانا (عایق)** : این مواد بار الکتریکی را از خود عبور نمی دهند (یا بسیار کم عبور می دهند) پلاستیک ، شیشه و .... از جمله مواد نارسانا می باشند.

۳. **نیمه رسانا:** موادی هستند که نه به خوبی رساناها بار الکتریکی را از خود عبور می دهند نه مانند نارسانا بار را از خود عبور نمی دهند بلکه خاصیتی مابین این دو دارند . از نیم رساناهای معروف می توان به ژرمانیوم و سیلسیوم اشاره کرد.

عامل ایجاد جریان الکتریکی : در حالت عادی الکترون ها درون سیم به طور نامنظم(کاتوره ای) با تندی زیاد حرکت می کنند که این جریان محصوب نمی شود، اما اگر یک سیم یا رسانا را به یک اختلاف پتانسیل (مانند باتری) متصل کنیم ، بارهای الکتریکی در جهت منظم با سرعت اندک (سرعت سوق) شروع به حرکت می کنند و جریان الکتریکی ایجاد می شود.



در حضور اختلاف پتانسیل، شارش بار خالص از مقطع A سیم، دیگر برابر صفر نیست.

در نبود اختلاف پتانسیل، شارش بار خالصی از مقطع معیّن A سیم، نداریم.

توجه! سرعت سوق داخل یک سیم رسانا تقریبا مرتبه ای از ۱ mm/s می باشد که سرعت کمی می باشد.

فعالیت ۲ـ۱

سرعت سوق الکترون‌های آزاد در یک رسانا می‌تواند به کندیِ سرعت حرکت یک حلزون باشد. اگر سرعت سوق الکترون‌ها این‌قدر کم است، پس چرا وقتی کلید برق را می‌زنیم چراغ‌های خانه به سرعت روشن می‌شوند؟

پاسخ فعالیت ۲-۱ : واضح است که الکترون های آزاد در تمامی طول سیم رسانا قرار دارند ، پس هنگامی که کلید را می زنیم الکترون های آزاد تمام سیم با هم شروع به حرکت می کنند چراغ روشن می شود. مانند شیلنگ پر از آب که با باز کردن شیر آب ، بلافاصله آب از انتهای شیلنگ به بیرون می آید.

جریان الکتریکی متوسط : نسبت مقدار بار الکتریکی جابجا شده Δq از سطح مقطع یک رسانا در مدت زمان معین Δt را جریان الکتریکی متوسط می گویند و از رابطه زیر بدست می آید:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

توجه! یکای بار الکتریکی کولن C و یکای زمان ثانیه s می باشد. پس یکای جریان الکتریکی کولن بر ثانیه C/s می باشد که به اختصار آن را آمپر A می نامیم.

توجه! دو نوع جریان الکتریکی وجود دارد : جریان مستقیم DC که با گذشت زمان جهت و مقدار جریان تغییر نمی کند ، و جریان متناوب AC که در آن جهت جریان با گذشت زمان تغییر می کند.

توجه! در پایه یازدهم فقط با جریان های الکتریکی ثابت و مستقیم DC سر و کار داریم.

مثال ۲ـ۱

ولتاژ باتری یک نوع ماشین‌حساب ۳/۰V است و وقتی ماشین‌حساب روشن است، این باتری باعث عبور جریان ۰/۱۷mA در آن می‌شود. اگر این ماشین حساب یک ساعت روشن باشد : الف) در این مدت چه مقدار بار از مدار می‌گذرد؟ ب) باتری چقدر انرژی به مدار ماشین‌حساب می‌دهد؟

پاسخ : الف) باری که در یک ساعت از مدار می‌گذرد، با استفاده از رابطهٔ ۲ـ۱ برابر است با

$$\Delta q = I(\Delta t) = (۰/۱۷ \times ۱۰^{-۳}\text{A})(۳/۶ \times ۱۰^{۳}\text{s}) = ۰/۶۱\text{C}$$

ب) انرژی‌ای که باتری به مدار می‌دهد، بنابه رابطهٔ ۱ـ۱۳ ($W_{\text{خارجی}} = q\Delta V$) چنین می‌شود :

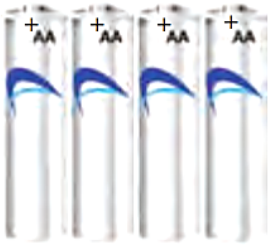
$$\text{انرژی داده شده به مدار} = q\Delta V = (۰/۶۱\text{C})(۳/۰\text{V}) = ۱/۸\text{J}$$

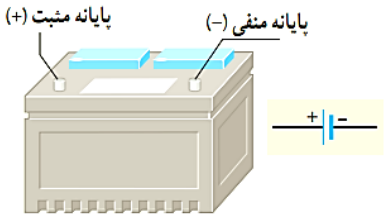
تمرین ۲ـ۱

در رابطهٔ $\Delta q = I(\Delta t)$ اگر I برحسب آمپر و Δt برحسب ساعت باشد، یکای Δq، *آمپر ـ ساعت* می‌شود. باتری خودروها با آمپر ــ ساعت (Ah) و باتری گوشی‌های همراه باmیلی‌آمپرــساعت (mAh) مشخص می‌شود. هرچه آمپر ــ ساعتِ یک باتری بیشتر باشد حداکثر باری که باتری می‌تواند از مدار عبور دهد تا به‌طور ایمن تخلیه شود، بیشتر است.

الف) باتری استاندارد خودرویی، ۵۰Ah است. اگر این باتری جریان متوسط ۵/۰A را فراهم سازد، چقدر طول می‌کشد تا خالی شود؟

ب) آمپر ـ ساعت نوعی از باتری‌های قلمی (AA)، برابر ۱۰۰۰mAh است. اگر این باتری جریان متوسط ۱۰۰μA را فراهم سازد، چه مدت طول می‌کشد تا خالی شود؟





پاسخ تمرین۲-۱ :

الف: با استفاده از رابطه جریان به راحتی بدست می آید . فقط دقت کنید که چون یکای بار برحسب آمپر ساعت می باشد ، زمان بدست آمده نیز بر حسب ساعت خواهد بود.

$$\Delta q = I(\Delta t) \quad \rightarrow \quad \Delta t = \frac{\Delta q}{I} = \frac{۵۰\ Ah}{۵\ A} = ۱۰\ h$$

پس این باتری می تواند جریان ۵ آمپر را به مدت ۱۰ ساعت ایجاد کند.

ب: اینجا نیز دقت کنید که به جای m میلی مقدار $۱۰^{-۳}$ و به جای μ میکرو مقدار $۱۰^{-۶}$ قرار دهید.

$$\Delta q = I(\Delta t) \quad \rightarrow \quad \Delta t = \frac{\Delta q}{I} = \frac{۱۰۰۰\ mAh}{۱۰۰\ \mu A} = \frac{۱۰۰۰ \times ۱۰^{-۳}\ Ah}{۱۰۰ \times ۱۰^{-۶}\ A} = ۱۰^{۴}\ h$$

پس این باتری می تواند جریان ۱۰۰ میکرو آمپر را به مدت ده هزار ساعت ایجاد کند.

مقاومت الکتریکی R : هرگاه درون یک رسانا جریان الکتریکی ایجاد شود ، بارهای الکتریکی هنگام عبور از رسانا به اجزا و اتم های سازنده رسانا برخورد کرده و مقداری از انرژی خود را به صورت گرما از دست می دهند که به اصطلاح می گوییم رسانا دارای مقاومت الکتریکی است.

توجه ! اگر جریان الکتریکی I تحت تاثیر اختلاف پتانسیل V در یک مدار ایجاد شود ، مقاومت الکتریکی آن رسانا از رابطه زیر بدست می آید:

$$R = \frac{V}{I}$$

توجه! مقاومت الکتریکی کمیتی نرده ای بوده و یکای آن با توجه به رابطه ذکر شده برابر V/A ولت بر آمپر می باشد که به اختصار آن را اهم می نامیم و با نماد **Ω** (امگا) نشان می دهیم.

توجه! در رسم مدارهای الکتریکی مقاومت الکتریکی را به صورت نشان می دهیم.

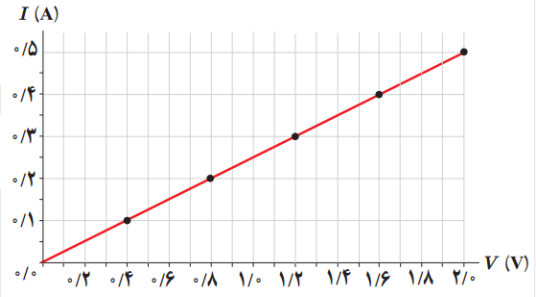
نکته: مقاومت الکتریکی به جنس ، دما و ابعاد رسانا بستگی دارد و به جریان و اختلاف پتانسیل الکتریکی ایجاد شده در آن بستگی ندارد.

توجه! مقاومت الکتریکی و جریان الکتریکی با یکدیگر رابطه عکس دارند، یعنی هرچه قدر مقاومت یک رسانا بیشتر باشد جریان کمتری از آن عبور می کند و برعکس.

قانون اهم: نسبت اختلاف پتانسیل دو سر رسانا به شدت جریان عبوری از آن (به شرطی که دما ثابت بماند) مقدار ثابتی است . این مقدار ثابت همان مقاومت رسانا است.

نکته: به رساناهایی که از قانون اهم پیروی می کنند (یعنی رساناهایی که در دمای ثابت مقاومتشان با تغییر جریان و ولتاژ تغییر نمی کند) را رساناهای اهمی می گویند. و رساناهایی که از قانون اهم پیروی نکنند را رساناهای غیراهمی می نامند.

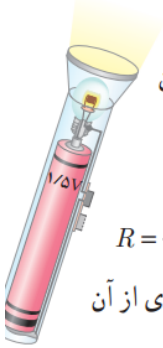
توجه! اکثر فلزات و رساناهای غیر فلزی از قانون اهم پیروی می کنند. نمودار ولتاژ–جریان رساناهای اهمی به صورت زیر است:



این نمودار نشان می دهد که در رساناهای اهمی با افزایش جریان مقدار اختلاف پتانسیل نیز به همان نسبت افزایش می یابد و بلعکس.

توجه! دیود نورگسیل (LED) وسیله ای است که از قانون اهم پیروی نمی کند. در ادامه توضیحات بیشتری در مورد دیودها خواهیم داد.

مثال ۲ــ۲



یک لامپ چراغ قوهٔ کوچک از یک باتری ۱/۵V، جریانی برابر ۰/۳۰A می‌کشد. با فرض آنکه رشتهٔ لامپ، یک رسانای اُهمی باشد، الف) مقاومت آن چقدر است؟ ب) اگر باتری ضعیف شود و ولتاژ به ۱/۲V افت کند، جریان چقدر می‌شود؟

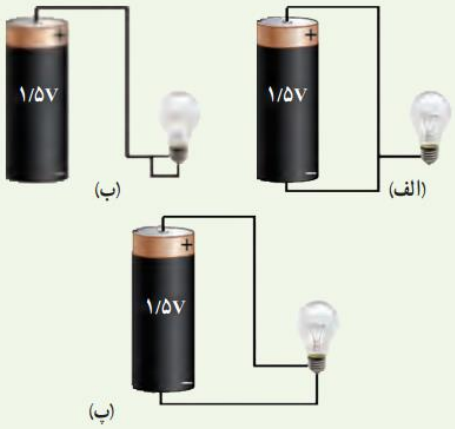
پاسخ : الف) با استفاده از رابطهٔ ۲ــ۲ برای مقاومت رشتهٔ لامپ داریم :

$$R=\frac{V}{I}=\frac{۱/۵\text{V}}{۰/۳۰\text{A}}=۵/۰\Omega$$

ب) دوباره از رابطهٔ ۲ــ۲ استفاده می‌کنیم. با توجه به اینکه اکنون مقاومت رشتهٔ لامپ را داریم، جریان عبوری از آن چنین می‌شود :

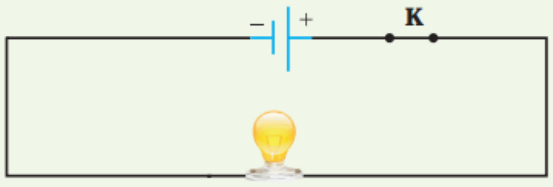
$$I=\frac{V}{R}=\frac{۱/۲\text{V}}{۵/۰\Omega}=۰/۲۴\text{A}$$

۱ در کدام یک از شکل‌های زیر، لامپ روشن می‌شود؟



پاسخ تمرین ۱ آخر فصل: توجه داشته باشید که مدار باید دارای مسیری دایره ای شکل برای ورود بار به وسیله و خروج آن از طرف دیگر وسیله باشد.گزینه الف روشن نمی شود زیرا فقط یک راه برای ورود بار به لامپ وجود دارد و راه خروجی وجود ندارد. در گزینه ب نیز سیم فقط به یک قطب(پایانه) باتری وصل شده است و اختلاف پتانسیل ایجاد نمی شود. در گزینه پ شرایط برای روشن شدن لامپ مهیا است.

۲ در مدار شکل زیر اختلاف پتانسیل دو سر لامپ ۴/۰V و مقاومت آن ۵/۰Ω است. در مدت ۵ دقیقه چه تعداد الکترون از لامپ می‌گذرد؟



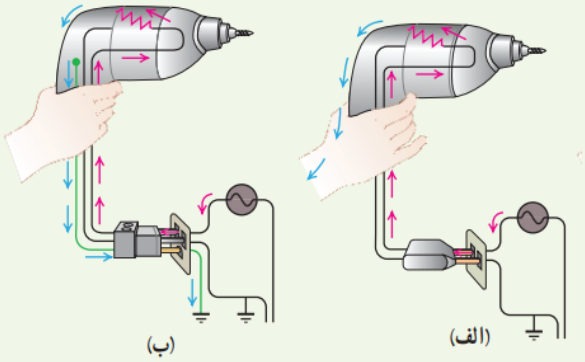
پاسخ تمرین ۲ آخر فصل: با استفاده از قانون اهم جریان الکتریکی را بدست می آوریم و سپس مقدار بار عبوری و در نهایت تعداد الکترون ها بدست می آید:

$$R = \frac{V}{I} \rightarrow I = \frac{V}{R} = \frac{\varepsilon\ v}{۵\ \Omega} = ۰/۸\ A$$

$$q = I\Delta t \rightarrow q = ۰/۸\ A \times ۳۰۰\ s = ۲۴۰\ C$$

$$q = ne \rightarrow n = \frac{q}{e} = \frac{۲۴۰\ C}{۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} C} = ۱/۵ \times ۱۰^{۲۱}$$

۳ بررسی کنید اگر متهٔ برقی (دریل) معیوبِ شکل‌های زیر را با دوشاخه (شکل الف) یا سه‌شاخه (شکل ب) به پریز وصل کنیم، چه رخ می‌دهد؟



پاسخ تمرین ۳ آخر فصل: سیم دریل کنده شده و به بدنه وصل است. در حالت اول که دریل دو شاخه ساده دارد جریان الکتریکی راهی جز ورود به دست انسان ندارد و موجب برق گرفتگی او می شود. اما در حالت دوم چون سیم اتصال به زمین وجود دارد جریان الکتریکی از سیم اتصال به زمین (که مقاومت الکتریکی کمتری نسبت به بدن انسان دارد) به زمین وارد می شود و فرد دچار برق گرفتگی نمی گردد.

۴ آذرخش مثالی جالب از جریان الکتریکی در پدیده‌های طبیعی است. در یک آذرخش نوعی $۱/۰ \times ۱۰^{۹} J$ انرژی تحت اختلاف‌پتانسیل $۵/۰ \times ۱۰^{۷} V$ در بازهٔ زمانی $۰/۲۰ s$ آزاد می‌شود. با استفاده از این اطلاعات الف) مقدار بار کل منتقل‌شده بین ابر و زمین، ب) جریان متوسط در یک یورش آذرخش و پ) توان الکتریکی آزادشده در $۰/۲۰ s$ را به‌دست آورید.

پاسخ تمرین ٤ آخر فصل:

الف: از فصل قبل می دانیم که رابطه انرژی الکتریکی و بار و اختلاف پتانسیل به صورت زیر است :

$$U = q\Delta V \rightarrow q = \frac{U}{\Delta V} = \frac{۱ \times ۱۰^{۹} J}{۵ \times ۱۰^{۷} V} = ۲۰\ C$$

ب: جریان متوسط به صورت زیر بدست می آید:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{۲۰\ C}{۲ \times ۱۰^{-۱} s} = ۱۰۰\ A$$

پ: نسبت انرژی به مدت زمان برابر با توان می باشد:

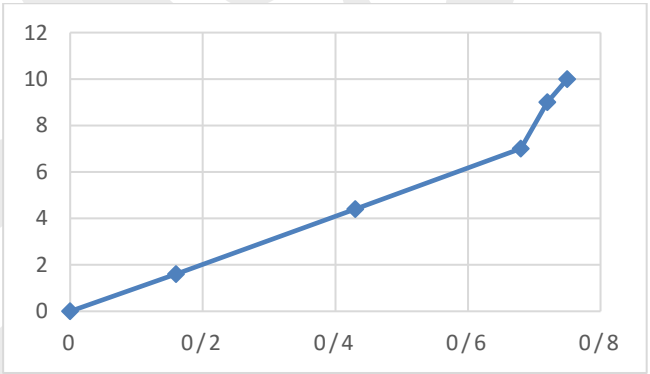
$$P = \frac{U}{\Delta t} = \frac{۱ \times ۱۰^{۹} J}{۲ \times ۱۰^{-۱} s} = ۵ \times ۱۰^{۹} w$$

۵ در آزمایش تحقیق قانون اهم، نتایج جدول زیر به‌دست آمده است.

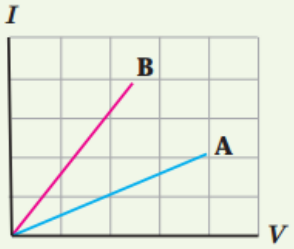
شمارهٔ آزمایش	عدد ولت‌سنج (V)	عدد آمپرسنج (A)
۱	صفر	صفر
۲	۱/۶	۰/۱۶
۳	۴/۴	۰/۴۳
۴	۷/۰	۰/۶۸
۵	۹/۰	۰/۷۲
۶	۱۰/۰	۰/۷۵

نمودار ولتاژ بر حسب جریان را رسم کنید و با فرض ثابت ماندن دما تعیین کنید در چه محدوده‌ای رفتار این مقاومت از قانون اهم پیروی می‌کند.

پاسخ تمرین ۵ آخر فصل: با توجه به نموداری که رسم کرده ایم ، تا زمانی که نمودار این رسانا خط راست است از قانون اهم پیروی می کند ، پس در محدوده جریان و ولتاژ صفر تا جریان ۰,۶۸ آمپر و ولتاژ ۷ ولت به صورت رسانای اهمی می باشد.



۶ شکل زیر نمودار $I-V$ را برای دو رسانای A و B نشان می‌دهد. مقاومت کدام‌یک بیشتر است؟ چرا؟



پاسخ تمرین ٦ آخر فصل: با توجه به شکل مشاهده می کنیم نمودار B با ولتاژ کمتر جریان بیشتری از خود عبور می دهد و اما شیب نمودار A کمتر است یعنی با جریان کمتری از خود عبور می دهد پس می توانیم نتیجه بگیریم چون نمودار A جریان کمتری از خود عبور می دهد و مقاومت بیشتری دارد.

عوامل موثر بر مقاومت الکتریکی:

۱. **مساحت سطح مقطع A (ضخامت سیم)** : هرچه مساحت سطح مقطع رسانا بیشتر باشد جریان به راحتی عبور خواهد کرد و مقاومت کمتر می شود.

۲. **طول رسانا (L)**: هر چه طول رسانا بیشتر باشد ، مقاومت رسانا افزایش می یابد.

۳. **جنس رسانا**: مقاومت هر رسانا با رسانای دیگر متفاوت است.

٤. **دما T** : هر چه دما افزایش یابد مقاومت یک جسم بیشتر خواهد شد.

مقاومت رسانا بر اساس ساختار آن (در دمای ثابت) : مقاومت یک رسانا با توجه به جنس و ساختار ظاهری آن از رابطه زیر بدست می آید :

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

که در آن :

L : طول رسانا برحسب متر m است

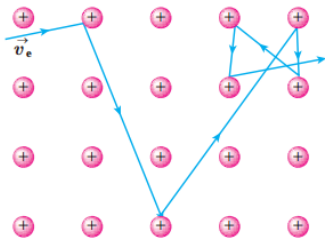
A : مساحت سطح مقطع رسانا بر حسب m^2 است.

ρ : مقاومت ویژه رسانا می باشد که به جنس ماده بستگی دارد و برای هر ماده ای مقدار خاصی می باشد و یکای آن **Ω.m** اهم متر است.

در جدول زیر مقاومت ویژه برخی از مواد را مشاهده می کنید:

جدول ۲ــ۲ــ مقاومت ویژه در دمای ۲۰°C و ضریب دمایی مقاومت ویژهٔ برخی از رساناها و نیم‌رساناها

ماده	مقاومت ویژه ρ_0 ($\Omega.m$)	ضریب دمایی مقاومت ویژه α (K^{-1})
رسانای فلزی		
نقره	$1/6\times10^{-8}$	$4/1\times10^{-3}$
مس	$1/7\times10^{-8}$	$4/3\times10^{-3}$
طلا	$2/4\times10^{-8}$	$3/4\times10^{-3}$
آلومینیم	$2/8\times10^{-8}$	$4/4\times10^{-3}$
تنگستن	$5/5\times10^{-8}$	$4/5\times10^{-3}$
آهن	$9/7\times10^{-8}$	$6/5\times10^{-3}$
پلاتین	10×10^{-8}	$3/9\times10^{-3}$
سرب	22×10^{-8}	$4/3\times10^{-3}$
کُنستانتان [1]	44×10^{-8}	$2/0\times10^{-6}$
نیکروم [2]	100×10^{-8}	$4/0\times10^{-4}$
نیم‌رسانا		
گرافیت	$3/5\times10^{-5}$	-5×10^{-4}
ژرمانیم	۰/۴۶	-5×10^{-2}
سیلیسیم خالص	$2/5\times10^{3}$	-7×10^{-2}
عایق		
انواع شیشه	$10^{10}-10^{14}$	
لاستیک سخت	10^{13}	
کوارتز (ذوب شده)	10^{16}	



تغییر مقاومت رسانا با افزایش دما: ارتعاشات شبکه اتمی یک رسانا با افزایش دما بیشتر می شود به طوری که این افزایش ارتعاش سبب برخوردهای بیشتر الکترون ها با شبکه اتمی شده و میزان جریان عبوری از مقطع رسانا کاهش یافته و مقاومت ویژه و در نتیجه مقاومت الکتریکی رسانا افزایش می یابد.

رابطه مقاومت ویژه رسانا با دما :

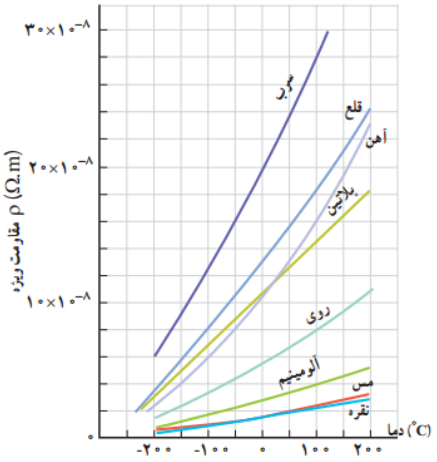
$$\rho = \rho_0[1 + \alpha(T - T_0)]$$

در این رابطه T_0 دمای مرجع (۲۰ C) و ρ_0 مقاومت ویژه رسانا در دمای مرجع است.

α عدد ثابتی است موسوم به ضریب دمایی مقاومت ویژه است که یکای آن K^{-1} یا C^{-1} است.

توجه: در این رابطه فرقی نمی کند که دما را برحسب کلوین K یا سلسیوس C قرار دهیم . اما نباید دما را برحسب فارنهایت F جایگذاری کنیم و اگر در مساله ای دما بر حسب فارنهایت بود باید آن را به سلسیوس یا کلوین تبدیل کنیم و سپس در رابطه قرار دهیم.

در جدول زیر تغییر مقاومت ویژه چند رسانا را با افزایش دما مشاهده می کنید:

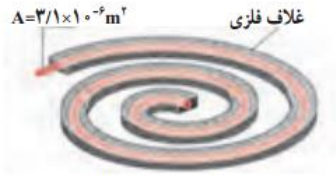


رفتار متفاوت نیم رساناها با افزایش دما: نیم رساناها در دماهای پایین حامل های بار کمی دارند و عملا نارسانا محسوب می شوند، اما هنگامی که دما افزایش می یابد رفتار متفاوتی از خود نشان می دهند به این ترتیب که حامل های بار به قدری افزایش می یابد که سبب رسانا شدن آن ها می گردد.

نکته : ضریب دمایی مقاومت ویژه نیم رساناها منفی است. یعنی با افزایش دما مقاومتشان کاهش می یابد.

مثال ۲ــ۳

شکل روبه‌رو، المنت یک اجاق برقی را نشان می‌دهد. این المنت شامل سیمی به طول ۱/۱m و سطح مقطع $۳/۱\times۱۰^{-۶}m^۲$ است که داخل مادهٔ عایقی قرار گرفته است که خود، درون یک غلاف فلزی است. با عبور جریان، المنت داغ می‌شود. مقاومت ویژهٔ مادهٔ سازندهٔ سیم در دمای $T_۰ = ۳۲۰^\circ C$ برابر با $\rho_۰ = ۶/۸\times۱۰^{-۵}\Omega.m$ است و ضریب دمایی مقاومت ویژهٔ آن $\alpha = ۲/۰\times۱۰^{-۳}K^{-۱}$ است. مقاومت سیم در دمای $۴۲۰^\circ C$ چقدر است؟



یک اجاق برقی و طرحی از المنت آن

پاسخ : مقاومت ویژهٔ ρ را از رابطهٔ $\rho = \rho_۰[۱ + \alpha(T - T_۰)]$ حساب می‌کنیم :

$$\rho = \rho_۰[۱ + \alpha(T - T_۰)] = (۶/۸\times۱۰^{-۵}\Omega.m)[۱ + (۲/۰\times۱۰^{-۳}K^{-۱})(۱۰۰K)]$$
$$= ۸/۲\times۱۰^{-۵}\Omega.m$$

حال از رابطهٔ ۳ــ ۲ مقاومت سیم در دمای $۴۲۰^\circ C$ برابر است با

$$R = \rho\frac{L}{A} = (۸/۲\times۱۰^{-۵}\Omega.m)\frac{(۱/۱m)}{(۳/۱\times۱۰^{-۶}m^۲)} = ۲۹\Omega$$

مثال ۲ـ۵

سیم کشی خانه‌ها معمولاً با سیم‌های مسی نمرهٔ ۱۴ بر اساس استاندارد SWG صورت می‌گیرد که قطری برابر با ۲/۰۳۲ mm دارد. مقاومت ۱۰۰m از این سیم‌ها در دمای اتاق چقدر است؟

پاسخ : مساحت مقطع این سیم برابر است با

$$A=\pi r^2=\pi D^2/4=(3/14)(2/032\times10^{-3}\text{m})^2/4=3/24\times10^{-6}\text{m}^2$$

از طرفی مقاومت ویژهٔ سیم مسی در دمای 20°C با استفاده از جدول ۲ـ۲، برابر $1/69\times10^{-8}\Omega.\text{m}$ و طول سیم مسی ۱۰۰m است. بنابراین، با استفاده از رابطهٔ $R=\rho L/A$ برای مقاومت سیم مسی خواهیم داشت :

$$R=\rho\frac{L}{A}=(1/69\times10^{-8}\Omega.\text{m})\frac{(100\text{m})}{(3/24\times10^{-6}\text{m}^2)}=0/522\Omega$$

۷ دو رسانای فلزی از یک ماده ساخته شده‌اند و طول یکسانی دارند. رسانای A سیم توپری به‌قطر ۱/۰ mm است. رسانای B لوله‌ای توخالی به شعاع خارجی ۲/۰ mm و شعاع داخلی ۱/۰ mm است. مقاومت رسانای A چند برابر مقاومت رسانای B است؟

پاسخ تمرین ۷ آخر فصل: هر دو طول یکسانی دارند اما مساحت سطح مقطع شان متفاوت است. مساحت هر دو را بدست می آوریم ، در فرمول مقاومت R قرار می دهیم و با هم مقایسه می کنیم:

$$\text{مساحت}_A = \text{شعاع}^2 \times \pi = \left(\frac{1}{2}\times10^{-3}\,m\right)^2\times\pi=\frac{1}{4}\times10^{-6}\pi\,m^2$$

$$\begin{aligned}\text{مساحت}_B &= \text{مساحت کل سیم} - \text{مساحت قسمت توخالی}\\ &=(2\times10^{-3}\,m)^2\times\pi-(1\times10^{-3}\,m)^2\times\pi\\ &=4\times10^{-6}\pi\,m^2-1\times10^{-6}\pi\,m^2=3\times10^{-6}\pi\,m^2\end{aligned}$$

$$\text{مقاومت}_A = R_A=\rho\frac{L}{A}=\rho\frac{L}{\frac{1}{4}\times10^{-6}\pi\,m^2}$$

$$\text{مقاومت}_B = R_B=\rho\frac{L}{A}=\rho\frac{L}{3\times10^{-6}\pi\,m^2}$$

$$\frac{\text{مقاومت}_A}{\text{مقاومت}_B}=\frac{\rho\frac{L}{\frac{1}{4}\times10^{-6}\pi\,m^2}}{\rho\frac{L}{3\times10^{-6}\pi\,m^2}}=12$$

پس مقاومت A به میزان ۱۲ برابر مقاومت B است.

۸ در ماشین‌های چمن‌زنی برقی برای مسافت‌های حداکثر تا ۳۵ m از سیم‌های مسی نمرهٔ ۲۰ (قطر ۰/۰۸ cm) و برای مسافت‌های طولانی‌تر از سیم‌های ضخیم‌تر نمرهٔ ۱۶ (قطر ۰/۱۳cm) استفاده می‌کنند تا بدین ترتیب مقاومت سیم را تا آنجا که ممکن است کوچک نگه دارند. الف) مقاومت یک سیم ۳۰ متری ماشین چمن‌زنی چقدر است؟ ب) مقاومت یک سیم ۷۰ متری ماشین چمن‌زنی چقدر است؟ (دمای سیم‌ها را ۲۰°C درنظر بگیرید.)

پاسخ تمرین ۸ آخر فصل :

الف: یک سیم ۳۰ متری از نوع نمره ۲۰ خواهد بود ، پس داریم:

شعاع سیم : m $^{-٤}$۱۰ × ٤ ، طول سیم: ۳۰ m ، مقاومت ویژه مس: $^{-٨}$۱۰ × ۱/۷

$$R = \rho\frac{L}{A} = ۱.۷ \times ۱۰^{-٨} \times \frac{۳۰\ m}{(٤ \times ۱۰^{-٤}\ m)^{۲} \times \pi} = ۱.۰۱\ \Omega$$

ب: یک سیم ۷۰ متری از نوع نمره ۱٦ خواهد بود پس داریم:

شعاع سیم : m $^{-٤}$۱۰ × ٦.٥ ، طول سیم: ۷۰ m ، مقاومت ویژه مس: $^{-٨}$۱۰ × ۱/۷

$$R = \rho\frac{L}{A} = ۱.۷ \times ۱۰^{-٨} \times \frac{۷۰\ m}{(٦.٥ \times ۱۰^{-٤}\ m)^{۲} \times \pi} = ۰.۸۹\ \Omega$$

۹ مقاومت رشتهٔ درونی یک برشته‌کن که از جنس نیکروم است، در حالت روشن (دمای ۱۲۰۰°C) برابر ۴۴Ω است. مقاومت این رشته در دمای ۲۰°C چقدر است؟ (از تغییر طول و قطر رشته در اثر تغییر دما چشم‌پوشی شود).

پاسخ تمرین ۹ آخر فصل : می دانیم مقاومت ویژه یک رسانا در دماهای مختلف از رابطه زیر بدست می آید:

$$\rho = \rho_{\cdot}[1 + \alpha(T - T_{\cdot})]$$

که در این رابطه $T_{\cdot}$ دمای مرجع (۲۰° C) و $\rho_{\cdot}$ مقاومت ویژه رسانا در دمای مرجع است.

از این رابطه برای مقاومت رسانا نیز میتوانیم بنویسیم:

$$R = R_{\cdot}[1 + \alpha(T - T_{\cdot})]$$

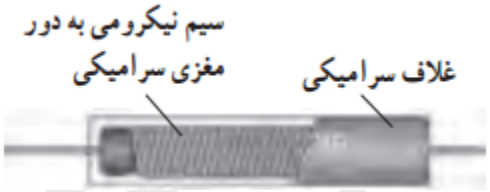
با استفاده از رابطه بالا مقاومت این رسانا در دمای ۲۰ درجه برابر خواهد بود با :

$$R_{\cdot} = \frac{R}{[1 + \alpha(T - T_{\cdot})]} = \frac{44\ \Omega}{[1 + 4 \times 10^{-4} \times (1200 - 20)]} = 29.89\ \Omega$$

انواع مقاومت ها: کار اصلی مقاومت ها در مدار کنترل جریان عبوری می باشد که به دو نوع اصلی تقسیم می شوند:

۱. مقاومت پیچه ای ۲. مقاومت ترکیبی

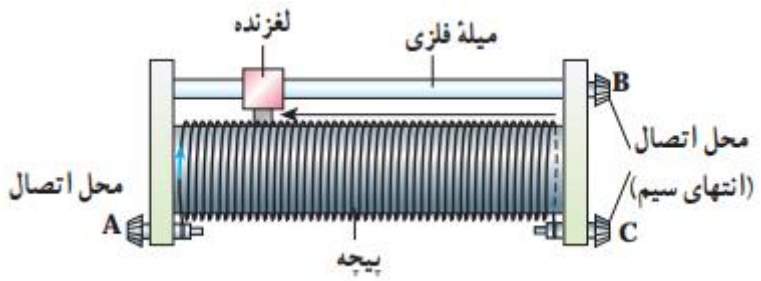
مقاومت پیچه ای: همانطور که از نامش پیداست این مقاومت ها شامل پیچه ای از یک سیم نازک هستند که معمولا از جنس آلیاژ هایی مانند نیکروم یا منگانین می باشند. در شکل زیر ساختمان یک مقاومت پیچه ای را مشاهده می کنید:



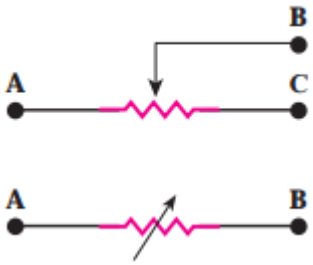
کاربرد مقاومت پیچه ای: برای بدست آوردن مقاومت های کوچک بسیار دقیق و همچنین توان های بالا به کار می رود.

توجه : از معروف ترین مقاومت های پیچه ای می توان به رئوستا و پتانسیومتر اشاره کرد که هر دو مقاومت های پیچه ای متغیر می باشند . به عبارتی می توان اندازه مقاومت این وسیله ها را تغییر داد.

رئوستا: مقاومتی است که توسط سیم هایی با مقاومت بالا که به دور یک استوانه نارسانا پیچیده شده اند ساخته شده است. این نوع مقاومت دکمه ای لغزنده که روی ریلی در بالای استوانه است می لغزد و میتوان به کمک این دکمه مقدار مقاومت را تغییر داد. شکل زیر:



نماد یک پتانسیومتر یا رئوستا در مدار به شکل زیر می باشد:



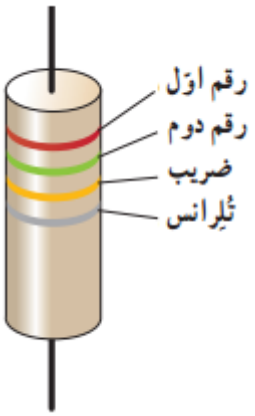
مقاومت ترکیبی: این نوع مقاومت که به احتمال زیاد دیده اید معمولا از ماده هایی مانند کربن ، برخی نیم رساناها و یا لایه های نازک فلزی ساخته می شوند. مقدار اندازه این مقاومت ها را به صورت نوارهای رنگی روی آن مشخص می کنند که هر رنگ بیان گر عدد خاصی می باشد.

در جدول زیر مقدار عددی هر رنگ نشان داده شده است:

جدول ۲ـ۳ـ کد رنگی مقاومت‌ها

رنگ	سیاه	قهوه‌ای	قرمز	نارنجی	زرد	سبز	آبی	بنفش	خاکستری	سفید	طلایی	نقره‌ای	بی‌رنگ
عدد	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹			
ضریب	۱	10^1	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6	10^7	10^8	10^9	10^{-1}	10^{-2}	
تلرانس											٪۵	٪۱۰	٪۲۰

نحوه خواندن مقدار مقاومت ترکیبی از روی رنگ های روی آن : به شکل زیر توجه کنید، یک مقاومت ترکیبی است که چندین حلقه رنگی روی آن قرار دارد:



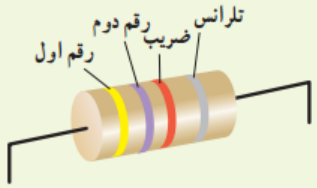
رنگ های مقاومت را از طرفی می خوانیم که به انتهای مقاومت نزدیکتر است. مثلا در مقاومت شکل بالا رنگ قرمز به انتهای مقاومت نزدیکتر می باشد پس از رنگ قرمز شروع به خواندن می کنیم.دو رنگ اول دو رقم اول مقاومت را نشان می دهند ، رنگ سوم ضریبی است که به صورت 10^n به دو رقم قبلی اضافه می شود. رنگ چهارم که به صورت طلایی

یا نقره ای است تلرانس نامیده می شود که درصد خطا (یا انحراف) مجاز از مقدار مقاومت است. اگر حلقه چهارم نباشد به معنایی خطای ۲۰ درصد از مقدار مقاومت می باشد.

برای درک بیشتر مطلب تمرین ۲-۲ کتاب را حل می کنیم:

تمرین ۲ــ ۲

مقدار مقاومت نشان داده شده در شکل، و مقدار مجاز انحراف از مقدار دقیق مقاومت، بر حسب اُهم چقدر است؟

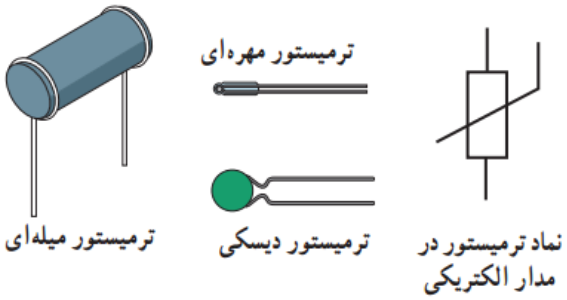


پاسخ تمرین ۲-۲ : مقدار مقاومت را به صورت $[\quad][\quad]\times 10^{n}\pm[\quad]\%$ خواهیم نوشت در خانه اول رنگ زرد قرار خواهد گرفت که در جدول ذکر شده رنگ زرد برابر با ٤ می باشد در خانه دوم مقدار رنگ بنفش که در جدول ۷ است قرار خواهد گرفت و رنگ سوم که رنگ قرمز است و مقدار آن در جدول ۲ می باشد به جای n قرار خواهد گرفت و رنگ چهارم که نقره ای است درصد خطای ما را نشان خواهد داد که برابر ده درصد می باشد. پس اندازه گیری مقاومت ما به صورت زیر خواهد بود:

$$٤٧\times ١٠^{٢}\pm ١٠٪$$

مقاومت های خاص: ۱. ترمیستور ۲.مقاومت های نوری (LDR)

ترمیستور: نوعی مقاومت متغیر حساس به دما است که به وسیله تغییرات دمایی، مقاومتش تغییر می‌کند. در واقع با اندازه‌گیری مقاومت یک ترمیستور، می‌توان دمای آنرا تعیین نمود. به همین دلیل این ابزار بعنوان سنسور دما مورد استفاده قرار می‌گیرند .ترمیستورها معمولاً از مواد نیمه‌رسانا تشکیل شده‌اند. از این رو در دماهای بالا، زودتر خراب شده و عمر کوتاه‌تری دارند .مقاومت اغلب آنها با افزایش دما افزایش می‌یابد که به این نوع پی‌تی‌سی PTC گفته می‌شود و در برخی از انواع دیگر مقدار مقاومت با افزایش دما کاهش می‌یابد که اصطلاحاً به آن‌ها اِن‌تی‌سی NTC یا مقاومت دارای ضریب دمایی منفی گفته می‌شود. ترمیستورها شکل های متفاوتی دارند که عبارتند از دیسکی ، مهره ای و میله ای.

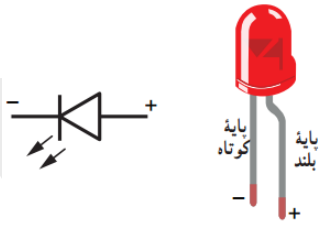


۲. مقاومت های نوری LDR : نوعی از مقاومت است که مقاومت الکتریکی آن به شدت نوری که به آن تابیده می شود بستگی دارد. به این صورت که با افزایش شدت نور تابیده شده مقاومت الکتریکی اش کاهش پیدا می کند. از مقاومت ها در تجهیزات گوناگونی از جمله چشم های الکترونیکی ، دزدگیر ها، کنترل کننده های خودکار و چراغ های روشنایی خیابان استفاده می شود.

دیود: وسیله ای است که هرگاه در مداری قرار گیرد، جریان الکتریکی را تنها از یک سو از خود عبور می دهد ، به همین علت است که به دیود یک سو کننده نیز می گویند.

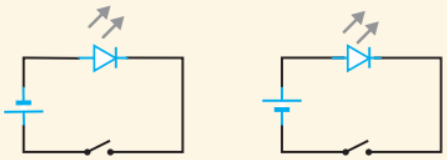
توجه! دیود ها را در مدار با نماد نشان می دهند که جهت پیکان نشان می دهد که جریان چگونه می تواند از این دیود عبور کند. ، به عبارتی اگر مثلا در شکل بالا جریان از چپ به راست باشد دیود مقاومت الکتریکی پایینی داشته و به راحتی جریان را از خود عبور می دهد و اگر جریان از راست به چپ شود ناگهان مقاومت دیود افزایش یافته و مانع عبور جریان می گردد.

دیود نورگسیل LED : معروف ترین نوع دیود ، LED یا دیود نورگسیل است که هنگام عبور جریان از این نوع دیود ها نور منتشر می شود. دیود های نورگسیل به دلیل نور زیاد و مصرف کم کاربردهای فراوانی دارند.

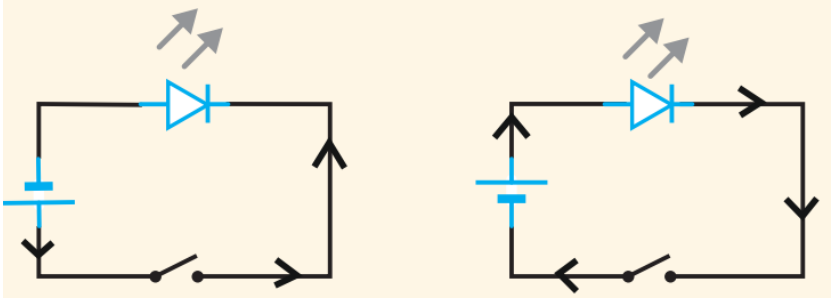


پرسش ۲ـ۱

در کدام شکل با بستن کلید، LED روشن می‌شود؟



پاسخ پرسش ۲-۱ : جهت جریان ایجاد شده توسط باتری همواره از قطب مثبت (خط بزرگتر) به سمت قطب منفی (خط کوچکتر باتری) می باشد پس باتری در هر یک به صورت زیر می تواند جریان ایجاد کند:



با توجه به شکل جریان در مداری ایجاد می شود که هم جهت با پیکان دیود باشد در نتیجه جریان در شکل سمت راست برقرار می شود.

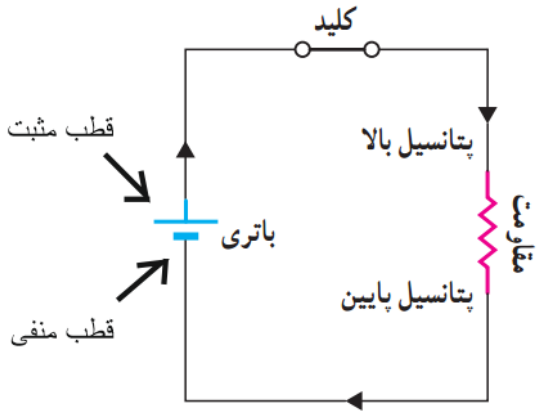
نیروی محرکه الکتریکی و مدار ها

توجه! برای ایجاد جریان الکتریکی باید اختلاف پتانسیل ایجاد شود، این وظیفه بر عهده وسیله هایی مانند باتری می باشد.

منبع نیروی محرکه الکتریکی (emf): به وسیله هایی مانند باتری که با انجام کار روی بارها اختلاف پتانسیل ایجاد می کنند مولد می گویند.

ساز و کار منبع نیروی محرکه الکتریکی : منبع نیروی محرکه بارهای مثبت را در خلاف جهت میدان الکتریکی از پتانسیل پایین تر به به پتانسیل بالاتر می برد. و باعث جریان الکتریکی می گردد. این عمل را میتوانیم با تلمبه آب مقایسه کنیم که آب را از ارتفاع پایین به ارتفاع بالا می برد.

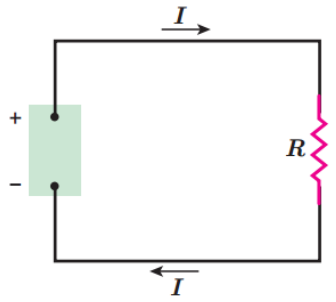
نکته: همانطور که در شکل زیر می بینید ، قطب مثبت و منفی باتری را مشخص کرده ایم، توجه داشته باشید که جریان در مدار همواره از قطب مثبت به سمت قطب منفی می باشد.



توجه! در اینجا ما حرکت بارهای مثبت را در نظر گرفته ایم که قراردادی می باشد اما می دانیم که بارهای مثبت حرکت نمی کنند . پس در حقیقت اگر بخواهیم به طور صحیح به مسئله نگاه کنیم این بارهای منفی (الکترون ها) هستند که از قطب منفی باتری به سمت قطب مثبت آن حرکت می کنند. اما از آنجایی که در گذشته به اشتباه تصور می کردند بارهای مثبت حرکت می کنند از آن موقع به صورت قراردادی حرکت جریان را حرکت بارهای مثبت در نظر گرفته اند.

نیروی محرکه الکتریکی ε : کاری که منبع نیروی محرکه الکتریکی روی واحد بار الکتریکی مثبت انجام می دهد تا آن را از پایانه ی با پتانسیل کمتر به پایانه ی با پتانسیل بیشتر ببرد، اصطلاحا نیروی محرکه الکتریکی نامیده می شود که از رابطه زیر بدست می آید:

$$\mathscr{E}=\frac{\Delta W}{\Delta q}$$

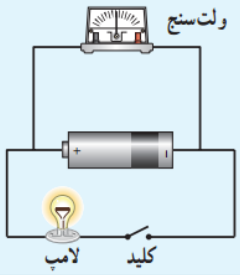


شکل مقابل یک مدار سادهٔ الکتریکی شامل مقاومت R، منبع نیروی محرکهٔ الکتریکی $\mathscr{E}$ و سیم‌های رابط

توجه! یکای نیروی محرکه الکتریکی همان یکای اختلاف پتانسیل است که ولت V (کولن بر ژول)می باشد.

سوال: ***وقتی می گوییم نیروی محرکه الکتریکی یک منبع (باتری) ۳V است یعنی چه ؟*** یعنی باتری روی هر کولن باری که از آن می گذرد به اندازه ۳ ژول کار انجام می دهد و انرژی پتانسیل الکتریکی آن را ۳ ژول افزایش می دهد.

فعالیت ۲ـ۴



به کمک یک باتری، سیم‌های رابط، لامپ کوچک، ولت‌سنج و کلید، مداری همانند شکل روبه‌رو درست کنید. قبل از بستن کلید عددی را که ولت‌سنج نشان می‌دهد بخوانید. سپس کلید را ببندید و دوباره عددی را که ولت‌سنج نشان می‌دهد بخوانید. در کدام حالت ولت‌سنج عدد بزرگ‌تری را نشان می‌دهد؟ چرا؟
در ادامه با علت تفاوت این دو عدد آشنا خواهید شد.

پاسخ فعالیت ۲-٤ : قبل از زدن کلید عددی که ولت سنج نشان می دهد دقیقا برابر نیروی محرکه مولد است اما وقتی کلید زده می شود و جریان ایجاد می گردد ولت سنج مقدار کمتری را نشان خواهد داد که به علت اتلاف انرژی داخل باتری می باشد.

داخل باتری چه می گذرد: ***دو نوع باتری (یا منبع) می توانیم در نظر بگیریم***

۱. باتری های بدون مقاومت داخلی (آرمانی) و ۲. باتری های با مقاومت داخلی (حقیقی)

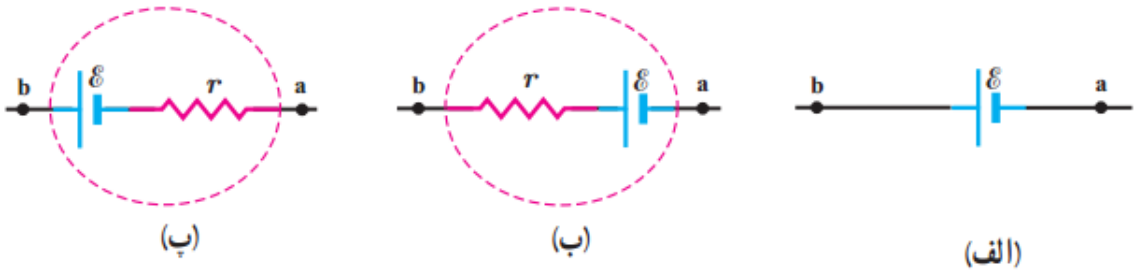
منبع نیروی محرک آرمانی: در این نوع منبع ، مقاومت الکتریکی داخلی منبع صفر است و اختلاف پتانسیلی که این نوع منبع می تواند درست کند برابر با همان مقدار نیروی محرکه اش می باشد یعنی :

$$V_b - V_a = \mathscr{E}$$

منبع نیروی محرکه حقیقی: در این نوع منبع نیروی محرکه (باتری) به دلیل ساز و کاری که منبع دارد هنگام عبور جریان یک مقاومت داخلی r در آن ایجاد می شود و مقداری از انرژی منبع در مقاومت از بین می رود، اختلاف پتانسیلی که این منبع می توان ایجاد کند کمی کمتر از نیروی محرکه مولد ε است .

در شکل های زیر :

الف منبع آرمانی می باشد و ب و پ منبع های حقیقی هستند. که r مقاومت درونی آن ها است.



نکته : در دنیای واقعی منبع آرمانی وجود ندارد و همه منبع های محرکه مقداری مقاومت درونی در خود دارند.

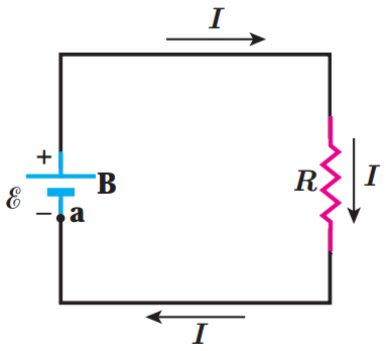
نکته: اگر باتری آرمانی باشد اختلاف پتانسیل دو سر آن (یعنی اختلاف پتانسیلی که می تواند به مدار بدهد) همان نیروی محرکه آن خواهد بود یعنی : $V_b - V_a = \varepsilon$

و اگر باتری دارای مقاومت داخلی باشد با افت پتانسیل روبرو می شود و اختلاف پتانسیل دو سر باتری کمتر از نیروی محرکه آن می شود که از رابطه زیر بدست می آید : $V_b - V_a = \varepsilon - Ir$

فعالیت ۲ـ۵

میدان الکتریکی درون باتری از قطب مثبت به سمت قطب منفی است. توضیح دهید چرا وقتی از قطب مثبت باتری به سمت قطب منفی آن می‌رویم، پتانسیل کاهش می‌یابد و بالعکس.

مدار تک حلقه ای : مدار تک حلقه ای شامل یک یا چند باتری ، سیم رسانا و یک یا چند مقاومت می باشد که ساده ترین نوع آن را در شکل زیر رسم کرده ایم:



توجه! به خاطر داشته باشید قسمت بزرگتر باتری همواره قطب مثبت و قسمت کوچکتر آن قطب منفی می باشد، در ضمن به طور قراردادی حرکت جریان $\mathbf{I}$ را از سمت قطب مثبت باتری به سمت قطب منفی آن در نظر می گیریم.

مهم ! حل مدار تک حلقه ای : در مدارهای تک حلقه ای با مسائلی روبرو خواهیم شد که روش کلی آن به این صورت است :

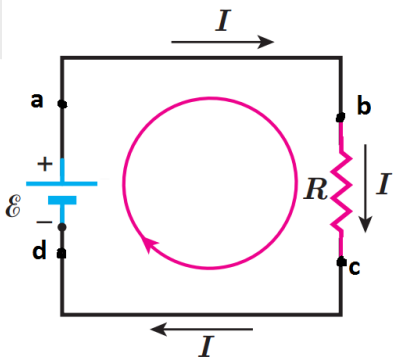
ابتدا جهت جریان در مدار را مشخص می کنیم، سپس یک نقطه از مدار را علامت می زنیم و پتانسیل الکتریکی آن نقطه را V_a در نظر می گیریم و شروع به حرکت در امتداد سیم می کنیم، هنگامی که در طول حرکت به یک مقاومت می رسیم پتانسیل الکتریکی به اندازه IR (جریان × مقاومت) تغییر می کند. و اگر در طول حرکت به یک باتری (منبع) برسیم پتانسیل الکتریکی به اندازه ε (نیروی محرکه باتری) تغییر خواهد کرد. حال زمانی که به نقطه مورد نظر برسیم آنجا را علامت زده و پتانسیل الکتریکی آن نقطه را V_b در نظر می گیریم.(اگر به نقطه ابتدای مسیر برسیم پتانسیل آن نقطه همان V_a خواهد بود)

نکته: در مدار تک حلقه ای جریان در کل مدار یکسان است.

توجه : اگر حرکت ما در جهت جریان باشد هنگام عبور از مقاومت ، پتانسیل الکتریکی به اندازه IR کاهش و اگر در خلاف جهت جریان باشد از مقاومت عبور کنیم پتانسیل الکتریکی به اندازه IR افزایش می یابد.

اگر هنگام عبور از باتری از قطب منفی وارد و از قطب مثبت آن خارج شویم پتانسیل الکتریکی به اندازه ε افزایش و اگر از قطب مثبت باتری وارد و از قطب منفی آن خارج شویم پتانسیل الکتریکی به اندازه ε کاهش می یابد. (اگر کلا متوجه مطلب نشدید! به مثالی که میزنم توجه کنید)

مثال: در مدار تک حلقه ای شکل زیر می خواهیم یک دور بزنیم! از نقطه a در جهت جریان شروع به حرکت می کنیم:



از نقطه a شروع می کنیم و پتانسیل این نقطه را V_a در نظر می گیریم و به سمت نقطه b حرکت می کنیم در طول این مسیر چون با هیچ مقاومت و مولدی روبرو نمی شویم افت یا افزایش پتانسیل نداریم(یعنی پتانسیل نقطه a و b یکسان است) هنگام عبور از مقاومت R و رسیدن به نقطه c پتانسیل به اندازه IR کاهش خواهد یافت حال از نقطه c به سمت d حرکت می کنیم ، در این جابجایی هم چون با مقاومت مواجه نیستیم پتانسیل تغییر نمی کند ، در مرحله

آخر (حرکت از d به سمت a) از قطب منفی باتری وارد و از قطب مثبت آن خارج می شویم پس پتانسیل به اندازه ε افزایش می یابد و در آخر به نقطه a می رسیم. معادله این حرکت به صورت زیر بدست می آید:

$$V_a - IR + \varepsilon = V_a$$

خب حالا V_a ها را از دو طرف معادله حذف می کنیم و خواهیم داشت:

$$\varepsilon - IR = ۰$$

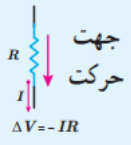
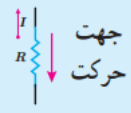
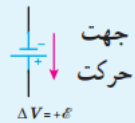
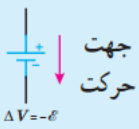
از این معادله نتیجه می گیریم جمع جبری اختلاف پتانسیل ها در مدار برابر با صفر است.

توجه! اگر در مدار ذکر شده به صورت برعکس دور می زدیم معادله به صورت زیر در می آمد که تفاوتی با حالت قبلی ندارد.

$$-\varepsilon + IR = ۰$$

قاعده حلقه (قانون ولتاژها): در هر دور زدن کامل حلقه ای از مدار، جمع جبری اختلاف پتانسیل های اجزای مدار صفر است.

در جدول زیر قاعده کلی حل مدار (تغییرات پتانسیل) هنگام عبور از قطعات مدار آمده است :

عنصر مدار	جهت حرکت	تغییر پتانسیل	
مقاومت	در جهت جریان	$-IR$	
مقاومت	در خلاف جهت جریان	$+IR$	
منبع نیروی محرکه	از پایانهٔ منفی به پایانهٔ مثبت	$+\mathscr{E}$	
منبع نیروی محرکه	از پایانهٔ مثبت به پایانهٔ منفی	$-\mathscr{E}$	

مثال ۲ـ۶

در مدار شکل ۲ـ۳۳ فرض کنید $\mathscr{E}=۱۲V$ ، $r=۲/۰\Omega$ و $R=۴/۰\Omega$ باشد.

الف) جریان عبوری از مدار چقدر است؟ ب) اختلاف پتانسیل دوسر باتری را محاسبه کنید.

پاسخ : الف) اگر مدار را در جهت جریان نشان داده شده دور بزنیم براساس آنچه گفته شد، در یک حلقهٔ کامل با استفاده از قاعدهٔ حلقه داریم :

$$\mathscr{E}-Ir-IR=۰$$

و در نتیجه

$$I=\frac{\mathscr{E}}{R+r}=\frac{۱۲V}{۴/۰\Omega+۲/۰\Omega}=۲/۰A$$

ب) با استفاده از رابطهٔ ۲ـ۷ اختلاف پتانسیل دوسر باتری برابر است با

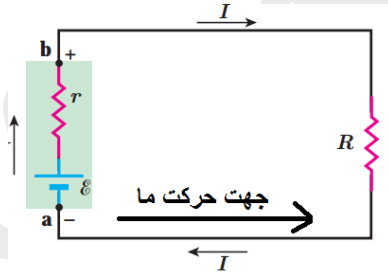
$$V_b-V_a=\mathscr{E}-Ir=۱۲V-(۲/۰A)(۲/۰\Omega)=۸V$$

تمرین ۲ـ۳

مثال بالا را با حرکت در خلاف جهت جریان نشان داده شده، حل و نتیجه را با پاسخ مثال مقایسه کنید.

پاسخ تمرین ۲-۳ :

الف: میخواهیم جریان را بدست آوریم ولی در خلاف جهت حرکت خواهیم کرد:



از یک نقطه اختیاری مثلا نقطه a شروع می کنیم و پتانسیل آن را V_a می نامیم به سمت مقاومت R حرکت می کنیم و هنگام عبور از مقاومت R چون در خلاف جهت جریان الکتریکی حرکت می کنیم پتانسیل الکتریکی به اندازه $+IR$ افزایش می یابد تا اینجا به صورت V_a+IR می شود. حال به حرکت خود ادامه می دهیم و به نقطه b می رسیم. از مقاومت داخلی r عبور می کنیم و پتانسیل به اندازه Ir افزایش می یابد. در آخر هنگام عبور از باتری چون از قطب مثبت وارد و از قطب منفی خارج می شویم پتانسیل به اندازه ε کاهش می یابد و در آخر به نقطه ابتدایی مان می رسیم که پتانسیل اش همان V_a است. پس معادله ما به صورت زیر در می آید :

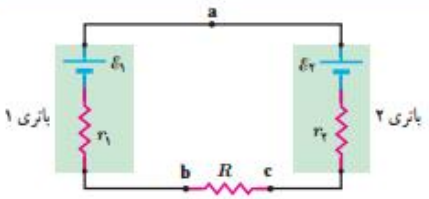
$$V_a+IR+Ir-\varepsilon=V_a \rightarrow IR+Ir-\varepsilon=۰ \rightarrow I=\frac{\varepsilon}{R+r}=\frac{۱۲\,V}{۴\,\Omega+۲\,\Omega}=۲\,A$$

ب: اختلاف پتانسیل دو سر باتری نیز از رابطه زیر بدست می آید:

$$V_b-V_a=\varepsilon-Ir=۱۲\,V-۲\,A\times۲\,\Omega=۸\,V$$

مثال ۲ـ۷

مدار شکل روبه‌رو را درنظر بگیرید. مقادیر نیروهای محرکهٔ الکتریکی و مقاومت‌های مدار عبارت‌اند از :



$\mathscr{E}_1 = 8/0\,V$، $\mathscr{E}_2 = 2/0\,V$، $r_1 = 2/0\,\Omega$، $r_2 = 1/5\,\Omega$ و $R = 8/5\,\Omega$

الف) جهت جریان عبوری از مدار و مقدار آن را تعیین کنید.

ب) اختلاف پتانسیل دوسر باتری‌های ۱ و ۲ را محاسبه کنید.

پاسخ : الف) با استفاده از دستورالعمل‌های حلّ مدارهای تک حلقه‌ای، مسئله را حل می‌کنیم. گرچه لازم نیست که جهت جریان I را بدانیم، ولی می‌توانیم آن را با مقایسهٔ نیروهای محرکهٔ الکتریکی دو باتری تعیین کنیم؛ چون $\mathscr{E}_1 > \mathscr{E}_2$ است جهت جریان را باتری ۱ تعیین می‌کند. بنابراین، جهت جریان، ساعتگرد است. در نتیجه با حرکت پادساعتگرد از نقطهٔ a داریم :

$$V_a - \mathscr{E}_1 + Ir_1 + IR + Ir_2 + \mathscr{E}_2 = V_a$$

و از آنجا

$$I = \frac{\mathscr{E}_1 - \mathscr{E}_2}{r_1 + R + r_2} = \frac{8/0\,V - 2/0\,V}{2/0\,\Omega + 8/5\,\Omega + 1/5\,\Omega} = 0/5\,0\,A$$

ب) اختلاف پتانسیل بین دوسر باتری ۱ را با حرکت از نقطهٔ b به سمت نقطهٔ a به‌دست می‌آوریم :

$$V_b - Ir_1 + \mathscr{E}_1 = V_a$$

در نتیجه

$$V_a - V_b = \mathscr{E}_1 - Ir_1 = 8/0\,V - (0/5\,0\,A)(2/0\,\Omega) = 7/0\,V$$

که این نتیجه را می‌توانستیم به‌طور مستقیم از رابطهٔ ۲ـ۷ نیز به‌دست آوریم. اما در مورد باتری ۲ که در آن جهت جریان از قطب مثبت وارد و از قطب منفی خارج می‌شود، نمی‌توانیم از این رابطه استفاده کنیم.

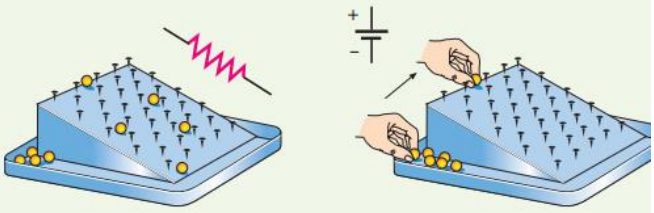
برای محاسبهٔ اختلاف پتانسیل دوسر باتری ۲ حتماً باید مسئله را از نو حل کرد. به این منظور، از نقطهٔ c به سمت نقطهٔ a حرکت می‌کنیم :

$$V_c + Ir_2 + \mathscr{E}_2 = V_a$$

و در نتیجه :

$$V_a - V_c = \mathscr{E}_2 + Ir_2 = 2/0\,V + (0/5\,0\,A)(1/5\,\Omega) = 2/8\,V$$

۱۰ شکل زیر یک مشابهت‌سازی مکانیکی برای درک مقاومت و نیروی محرکهٔ الکتریکی را نشان می‌دهد که در آن بر سطح شیب‌داری میخ‌هایی تعبیه شده و تیله‌ها از ارتفاع بالای سطح شیب‌دار رها می‌شوند و سپس دوباره به بالای سطح شیب‌دار بازگردانده می‌شوند. این مشابهت‌سازی مکانیکی را توجیه کنید.



پاسخ تمرین ۱۰ آخر فصل:

ارتفاع همان پتانسیل الکتریکی می باشد، تیله ها هم به مانند الکترون ها می باشند ، تیله ها از ارتفاع بالا رها می شوند و در حین حرکت خود به میخ ها برخورد می کنند و قسمتی از انرژی خود را در اثر برخورد به میخ و کاهش ارتفاع از

دست می دهند ، الکترون ها نیز از پتانسیل بالا شروع به حرکت می کنند و با عبور از میان اتم ها قسمتی از انرژی خود را از دست داده و در نهایت به پتانسیل کمتر می رسند، در شکل بالا دست ما تیله را دوباره به ارتفاع بالا برده و سبب حرکت آن ها می گردد که این کار را در مدار باتری انجام می دهد و الکترون ها را از پتانسیل کم تر به پتانسیل بالاتر می برد.

۱۱ اختلاف پتانسیل دو سر باتری خودروهای سواری برابر ۱۲ولت است.اگر هشت باتری قلمی ۱/۵ ولتی را به طور متوالی به یکدیگر وصل کنیم، اختلاف پتانسیل دو سر مجموعهٔ آنها نیز برابر ۱۲ ولت می شود. توضیح دهید چرا در خودروها به جای باتری خودرو از هشت باتری قلمی استفاده نمی‌شود.

پاسخ تمرین ۱۱ آخر فصل : آخه کی میاد به جای یک باتری از ۸ تا باتری استفاده کنه؟! به هرحال از لحاظ علمی به دلیل وجود مقاومت داخلی در هر باتری قلمی ، این ۸ باتری با افت پتانسیل و افت جریان الکتریکی مواجه شده و قدرت کافی برای روشن کردن و تامین انرژی خودرو را نخواهند داشت.

۱۲ یک باتری را در نظر بگیرید که وقتی به مدار بسته نیست پتانسیل دو سرش برابر ۱۲/۰V است. وقتی یک مقاومت ۱۰/۰Ω به این باتری بسته شود، اختلاف پتانسیل دو سر باتری به ۱۰/۹V کاهش می‌یابد. مقاومت داخلی باتری چقدر است؟

پاسخ تمرین ۱۲ آخر فصل: در زمانی که باتری به مدار وصل نیست اختلاف پتانسیل دو سر باتری همان نیروی محرکه باتری خواهد بود یعنی $V_{\text{باتری}} = \varepsilon = ۱۲\ V$ زمانی که یک مقاومت به این باتری وصل شده و جریان در آن ایجاد شود اختلاف پتانسیل دو سر باتری از رابطه $V_{\text{باتری}} = \varepsilon - Ir$ به دست می آید که در آن r مقاومت درونی باتری می باشد.

$$V_{\text{باتری}} = \varepsilon - Ir = ۱۰.۹\ V$$

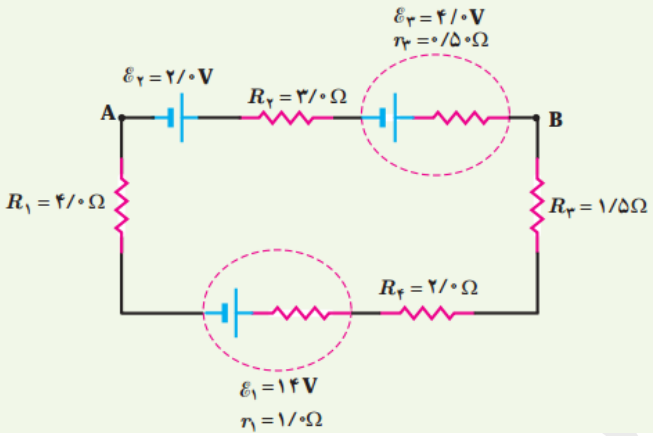
حال با استفاده از معادله حلقه مقدار جریان را بدست می آوریم:

$$IR + Ir - \varepsilon = ۰ \rightarrow \ IR = \varepsilon - Ir \rightarrow \ I = \frac{\varepsilon - Ir}{R} = \frac{۱۰.۹\ V}{۱۰\ \Omega} = ۱.۰۹\ A$$

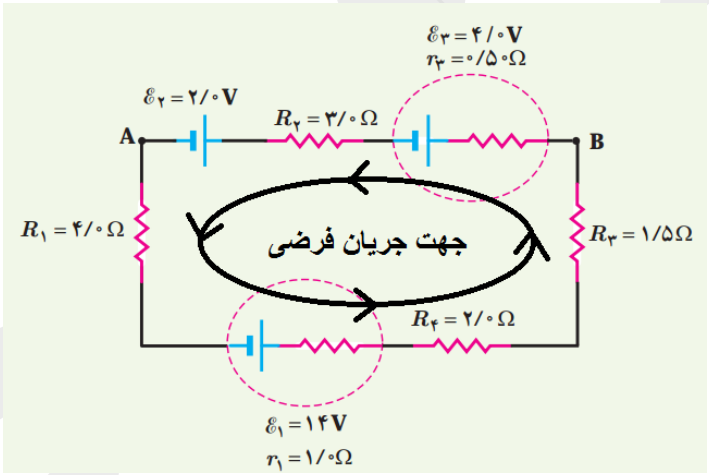
جریان بدست آمده را دوباره در معادله اول قرار داده و مقدار مقاومت درونی بدست می آید.

$$V_{\text{باتری}} = \varepsilon - Ir \rightarrow \ \ r = \frac{\varepsilon - V}{I} = \frac{۱۲ - ۱۰.۹}{۱.۰۹} = ۱.۰۰۹\ \Omega$$

۱۳ در مدار شکل زیر جریان در مدار و اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ A و B ($V_B - V_A$) را محاسبه کنید.



پاسخ تمرین ۱۳ آخر فصل: مدار تک حلقه ای می باشد و جریان در تمام طول مدار یکسان است . برای شروع اگر جهت جریان را نمی دانید یک جهت را شانسی انتخاب کنید ، مهم نیست! مثلا در این مثال من جهت جریان را پادساعتگرد (عکس حرکت عقربه های ساعت در نظر گرفته ام) در نهایت اگر جواب بدست آمده منفی آمد می فهمیم جهت را اشتباه گرفته ایم و برعکس می کنیم.



از یک نقطه شروع به حرکت کرده و یک دور کامل می زنیم ، من از نقطه A شروع می کنم و پتانسیل آن نقطه را V_A در نظر می گیرم ، شروع به حرکت کرده به مقاومت R_1 می رسم چون در جهت جریان حرکت کرده ام پتانسیل به اندازه $-IR_1$ تغییر می کند سپس به باتری $\mathcal{E}_1$ رسیده و از قطب مثبت آن خارج می شوم و به مقاومت درونی r_1 و مقاومت R_4 و R_3 و r_3 می رسیم پس پتانسیل به اندازه های $+\mathcal{E}_1$ و $-IR_4$ و $-IR_3$ و $-Ir_3$ تغییر می کند حال به باتری $\mathcal{E}_3$ می رسیم از قسمت منفی آن خارج می شویم که پتانسیل به اندازه $-\mathcal{E}_3$ تغییر می کند در آخر از مقاومت R_2 و باتری $\mathcal{E}_2$ عبور می کنیم که پتانسیل الکتریکی به اندازه $-IR_2$ و $-\mathcal{E}_2$ تغییر می کند ، در آخر به نقطه ابتداییمان می رسیم، معادله حلقه ما به شکل زیر خواهد بود:

$$V_a - IR_۱ + \varepsilon_۱ - Ir_۱ - IR_٤ - IR_۳ - Ir_۳ - \varepsilon_۳ - IR_۲ - \varepsilon_۲ = V_a$$

از طرفین V_a را حذف می کنیم و نیروهای محرکه را به سمت چپ می بریم:

$$-IR_۱ - Ir_۱ - IR_٤ - IR_۳ - Ir_۳ - IR_۲ = \varepsilon_۳ + \varepsilon_۲ - \varepsilon_۱$$

$$I(-R_۱ - r_۱ - R_٤ - R_۳ - r_۳ - R_۲) = \varepsilon_۳ + \varepsilon_۲ - \varepsilon_۱$$

$$I = \frac{\varepsilon_۳ + \varepsilon_۲ - \varepsilon_۱}{-R_۱ - r_۱ - R_٤ - R_۳ - r_۳ - R_۲} = \frac{٤ + ۲ - ۱٤}{-٤ - ۱ - ۲ - ۱.۵ - ۰.۵ - ۳} = \frac{-۸}{-۱۲} = \frac{۲}{۳}A$$

حال که جریان الکتریکی را پیدا کردیم می توانیم با حرکت از نقطه a به نقطه b اختلاف پتانسیل بین این دو نقطه را بدست بیاوریم. میتوانیم از دو مسیر به سمت b حرکت کنیم که من از مسیر بالایی حرکت می کنم و از باتری ۲ مقاومت ۲ و باتری ۳ عبور کرده به نقطه b می رسم و خواهم داشت (خلاف جهت جریان حرکت می کنیم) :

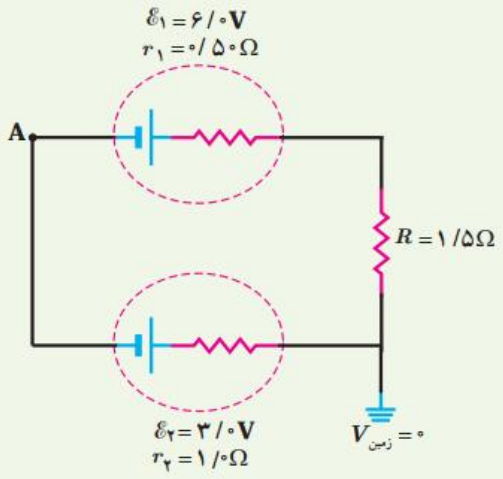
$$V_a + \varepsilon_۲ + IR_۲ + \varepsilon_۳ = V_a$$

$$V_a + ۲ + \frac{۲}{۳} \times ۳ + ٤ = V_b \;\rightarrow\; V_a + ۸ = V_b \;\rightarrow\; V_b - V_a = ۸\,v$$

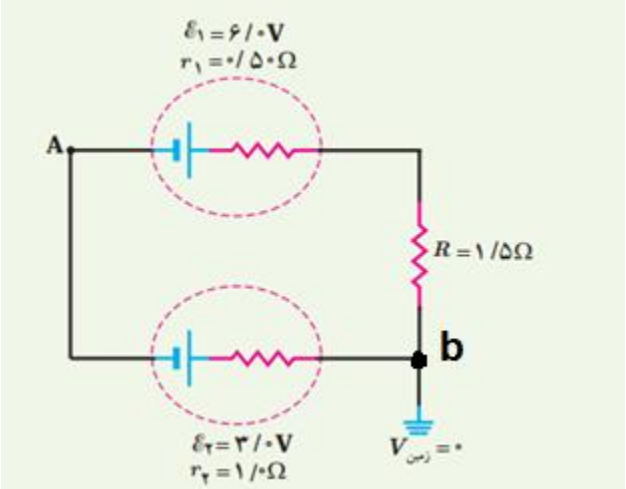
۱۴ در شکل زیر

الف) اختلاف پتانسیل دو سر مولدها را به‌دست آورید.

ب) پتانسیل نقطهٔ A را تعیین کنید.



پاسخ سوال ١٤ آخر فصل : *نکته :* هرکجا که به زمین متصل بشود پتانسل الکتریکی آن نقطه صفر خواهد بود پس پتانسیل نقطه b صفر است $V_b = ۰$.



با توجه به جهت بسته شدن باتری ها جریان در جهت باتری قوی تر خواهد بود پس جهت جریان ساعتگرد است(یعنی مانند حرکت عقربه های ساعت). ما هم از نقطه a شروع می کنیم و طبق قوانینی که می دانیم در جهت جریان یک دور کامل می زنیم تا دوباره به نقطه a برسیم که خواهیم داشت:

$$V_a + \varepsilon_1 - Ir_1 - IR - Ir_2 - \varepsilon_2 = V_a$$

از دو طرف V_a ها حذف می شوند و جریان به شکل زیر بدست می آید:

$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{r_1 + R + r_2} = \frac{6 - 3}{0.5 + 1.5 + 1} = 1\ A$$

اختلاف پتانسیل هر مولد برابر خواهد بود با :

$$\Delta V_1 = \varepsilon_1 - Ir_1 = 6 - 1 \times 0.5 = 5.5\ V$$

$$\Delta V_2 = \varepsilon_2 - Ir_2 = 3 - 1 \times 1 = 2\ V$$

برای یافتن پتانسیل نقطه A از نقطه زمین که پتانسیل اش صفر است شروع می کنیم و در جهت جریان از سمت پایین به سمت A حرکت می کنیم.

$$V_b - Ir_2 - \varepsilon_2 = V_a \rightarrow \quad 0 - 1 - 3 = -4 = V_a \rightarrow \quad V_a = -4\ v$$

توان در مدارهای الکتریکی: در مدارهای الکتریکی برخی از وسیله ها مانند مقاومت الکتریکی مقداری انرژی مصرف می کنند و منبع های نیروی محرکه نیز انرژی تامین می کنند. مقدار انرژی که اجزای مدار در واحد زمان مشخص مصرف یا تولید می کنند را توان الکتریکی می گویند که از رابطه زیر بدست می آید:

$$P = I\Delta V$$

که در این رابطه P توان بر حسب وات w و I جریان عبوری از وسیله برحسب آمپر A و ΔV همان اختلاف پتانسیل دو سر وسیله بر حسب ولت v می باشد.

توان مصرفی در مقاومت : همان طور که گفتیم مقدار توان مصرفی (انرژی تلف شده در واحد زمان) در مقاومت از رابطه $P = I\Delta V$ بدست می آید که می توانیم با استفاده از قانون اهم به جای I از مقدار $\frac{V}{R}$ و همچنین به جای ΔV می توانیم از $I.R$ استفاده کنیم در نتیجه روابط توان مصرفی برای مقاومت به صورت زیر بدست می آید:

$$P_{\text{مقاومت}} = IV = RI^2 = \frac{V^2}{R}$$

مثال ۲ــ۸

وقتی دو سر یک بخاری برقی را به اختلاف پتانسیل ۲۲۰V وصل کنیم، جریان ۱۰/۰A از آن می‌گذرد. الف) توان این بخاری چقدر است؟ ب) اگر این بخاری به مدت ۳/۰۰h در روز کار کند و قیمت برق مصرفی به ازای هر کیلووات ساعت ۵۰ تومان باشد، هزینهٔ یک ماه مصرف این بخاری چقدر می‌شود؟

پاسخ : الف) بنا به رابطهٔ ۲ــ۸ توان مورد نیاز بخاری چنین می‌شود :

$$P = I\Delta V = (10/0\,\text{A})(220\,\text{V}) = 2/20\times10^3\,\text{W} = 2/20\,\text{kW}$$

ب) انرژی مصرفی بخاری برابر Pt می‌شود که بر حسب یکاهای SI ، P بر حسب وات (W) ، t بر حسب ثانیه (s) است و انرژی مصرفی بر حسب ژول (J) می‌شود. اما برای محاسبهٔ مصرف برق، P را بر حسب کیلووات (kW) و t را بر حسب ساعت (h) می گیرند. بنابراین، انرژی الکتریکی مصرفی بر حسب کیلووات ساعت (kWh) می‌شود $(1\,\text{kWh} = (1000\,\frac{\text{J}}{\text{s}})(3600\,\text{s}) = 3/6\times10^6\,\text{J})$.

پس انرژی مصرفی بخاری در یک ماه، برابر است با

$$U = Pt = (2/20\,\text{kW})(30\times3/00\,\text{h}) = 198\,\text{kWh}$$

در نتیجه بهای برق مصرفی این بخاری در یک ماه چنین می‌شود :

$$\text{بها} = (198\,\text{kWh})(50\,\frac{\text{تومان}}{\text{kWh}}) = 9900\,\text{تومان}$$

پرسش ۲ــ۲

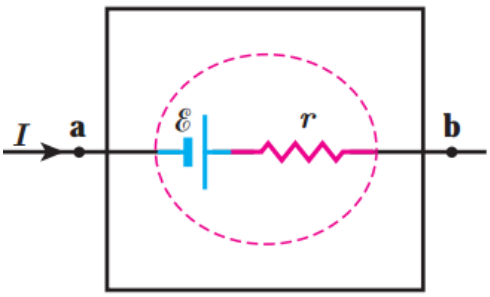
اگر لامپ‌های رشته‌ای (التهابی) را با لامپ‌های LED جایگزین کنیم، درخواهیم یافت که در مصرف انرژی تفاوت چشمگیری حاصل می‌شود. مثلاً درحالی‌که لامپ هالوژن یک کلاه ایمنی چند باتری را در ۳ ساعت مصرف می‌کند، نوع LED همان لامپ، آن باتری‌ها را در ۳۰ ساعت به مصرف می‌رساند. دلیل این اختلاف را بیان کنید.

پاسخ پرسش ۲-۲ : به این علت است که در لامپ های رشته ای با عبور جریان دما افزایش یافته و مقاومت الکتریکی نیز بیشتر می شود و با افزایش مقاومت توان مصرفی لامپ بالا می رود اما در *LED* ها به دلیل وجود نیم رساناها با افزایش دما مقاومت کاهش می یابد و انرژی آنچنانی مصرف نمی شود.

توان خروجی یک منبع نیروی محرکه حقیقی: اختلاف پتانسیل یک باتری حقیقی به دلیل داشتن مقاومت داخلی به صورت $\Delta V_{\text{باتری}} = \varepsilon - Ir$ می باشد پس توان تولیدی باتری از رابطه زیر بدست می آید :

$$P_{\text{خروجی}} = I\Delta V = I(\mathscr{E} - Ir) = \mathscr{E}I - rI^{۲}$$

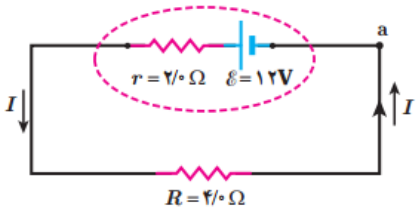
$$P_{\text{خروجی}} = \mathscr{E}I - rI^{۲}$$



توان خروجی از باتریِ شکل، از رابطهٔ $P = (V_b - V_a)I$ به‌دست می‌آید.

توجه! باتری به اندازه εI توان تولید می کند و مقاومت داخلی آن توان باتری را به اندازه Ir می کاهد.

مثال ۲ــ۹



برای مدار نشان داده شده در شکل : الف) توان خروجی باتری و ب) توان مصرفی در مقاومت را محاسبه کنید.

پاسخ : الف) نخست، جریان را با استفاده از قاعدهٔ حلقه به دست می‌آوریم :

$$V_a + \mathscr{E} - Ir - IR = V_a \Rightarrow I = \frac{\mathscr{E}}{R+r} = \frac{۱۲\text{V}}{۴/۰\Omega + ۲/۰\Omega} = ۲/۰\text{A}$$

اکنون توان الکتریکی خروجی از باتری با استفاده از رابطهٔ ۲ــ۱۱ چنین می‌شود :

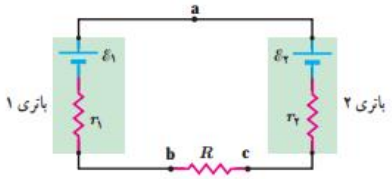
$$P_{\text{خروجی}} = \mathscr{E}I - rI^{۲} = (۱۲\text{V})(۲/۰\text{A}) - (۲/۰\Omega)(۲/۰\text{A})^{۲} = ۱۶\text{W}$$

ب) با استفاده از پایستگی انرژی بدیهی است که توان الکتریکی مصرفی در مقاومت ۴ اهمی برابر با توان خروجی باتری، یعنی ۱۶W می‌شود. با این حال، این را می‌توانیم به‌طور مستقیم نیز نشان دهیم :

$$P_{\text{مصرفی}} = RI^{۲} = (۴/۰\Omega)(۲/۰\text{A})^{۲} = ۱۶\text{W}$$

مثال ۲ــ ۱۰

در مثال ۲ــ۷ توان هریک از اجزای مدار را محاسبه کنید.



پاسخ : توان مصرفی در مقاومت $R = 8/5\Omega$ با استفاده از رابطهٔ ۲ــ۹ چنین می‌شود :

$$P_{\text{مصرفی}} = RI^2 = (8/5\Omega)(0/50\text{A})^2 = 2/1\text{W}$$

که در آن از $I = 0/50\text{A}$ استفاده کرده‌ایم.

توان خروجی باتری ۱ را با استفاده از رابطهٔ ۲ــ۱۱ محاسبه می‌کنیم :

$$P_{\text{خروجی}} = \mathscr{E}_1 I - r_1 I^2 = (8/0\text{V})(0/50\text{A}) - (2/0\Omega)(0/50\text{A})^2 = 3/5\text{W}$$

اما توان باتری ۲ از رابطهٔ ۲ــ۱۱ به‌دست نمی‌آید؛ زیرا همان‌طور که دیدیم اختلاف پتانسیل دوسر باتری ۲ از رابطهٔ $V_a - V_c = \mathscr{E}_2 + Ir_2$ به‌دست می‌آید. اما طبق تعریف این کتاب، برای استفاده از رابطهٔ ۲ــ۸ $(P = I\Delta V)$، باید اختلاف پتانسیل $V_c - V_a$ را درنظر بگیریم که $-(\mathscr{E}_2 + Ir_2)$ می‌شود. بنابراین، مقدار (قدرمطلق) توان ورودی به باتری ۲ چنین می‌شود :

$$P_{\text{ورودی}} = |P| = |I\Delta V| = I(\mathscr{E}_2 + Ir_2) = \mathscr{E}_2 I + r_2 I^2$$
$$= (2/0\text{V})(0/50\text{A}) + (1/5\Omega)(0/50\text{A})^2 = 1/4\text{W}$$

این‌که باتری ۲ انرژی مصرفی خود را از باتری ۱ تأمین می‌کند، همان اتفاقی است که هنگام اتصال یک باتری به شارژکننده روی می‌دهد. شارژکننده به باتری انرژی الکتریکی می‌دهد. بخشی از این انرژی به انرژی شیمیایی تبدیل می‌شود و بقیهٔ آن در مقاومت درون باتری تلف می‌شود و باتری را گرم می‌کند.

همان‌طور که انتظار داریم این نتیجه همچنین با پایستگی انرژی سازگار است :

توان خروجی باتری ۱ = توان ورودی باتری ۲ + توان مصرفی مقاومت R

۲/۱W + ۱/۴W = ۳/۵W

تمرین ۲ــ ۴

با توجه به قانون ژول (فعالیت ۲ــ۷) و تعریف نیروی محرکهٔ الکتریکی، برای یک حلقهٔ ساده، شامل یک باتری و یک مقاومت نشان دهید که قاعدهٔ حلقه یا قانون ولتاژها چیزی جز پایستگی انرژی نیست.

پاسخ تمرین ۲-٤ : قانون ژول بیان می دارد گرمای تولید شده توسط جریان I عبوری از یک مقاومت R در مدت زمان t برابر با RI^2t است.

قانون حلقه برای یک باتری و مقاومت به صورت $\varepsilon - IR = 0$ است. که می شود: $\varepsilon = IR$ که اگر طرفین معادله را به It (زمان × جریان ، همان بار) ضرب کنیم خواهیم داشت:

$$\varepsilon It = RI^2t$$

این معادله نشان می دهد هرچقدر که باتری انرژی تولید می کند همان قدر هم مقاومت مصرف می کند

۱۵ دو لامپ رشته‌ای در اختیار داریم که جنس و طول رشتهٔ آنها یکسان است، ولی رشتهٔ لامپ B ضخیم‌تر از رشتهٔ لامپ A است. وقتی لامپ‌ها به ولتاژ یکسانی وصل شوند، کدام لامپ پرنورتر خواهد بود و چرا؟

پاسخ تمرین ۱۵ آخر فصل: لامپی پرنور تر خواهد شد که مقاومت کمتری دارد و جریان بیشتری از آن می گذرد و انرژی بیشتری مصرف کند، پس لامپ B که مساحت سطح مقطع بیشتری دارد پرنور تر می شود.

۱۶ بر روی وسیله‌های الکتریکی، اعداد مربوط به ولتاژ و توان نوشته می‌شود. برای دو وسیلهٔ زیر،

اتوی برقی، ۸۵۰W، ۲۲۰V کتری برقی، ۲۴۰۰W، ۲۲۰V

الف) سیم‌های اتصال به برق آنها باید بتواند حداقل چه جریانی را از خود عبور دهد؟

ب) مقاومت الکتریکی هر وسیله در حالت روشن چقدر است؟

پاسخ تمرین ۱۶ آخر فصل: با توجه به رابطه توان مصرفی می توان به صورت زیر جریان عبوری را بدست آوریم:

$$P_{\text{کتری}} = IV \rightarrow \quad I = \frac{P_{\text{کتری}}}{V} = \frac{۲۴۰۰\ w}{۲۲۰\ v} = ۱۰.۹\ A$$

$$P_{\text{اتو}} = IV \rightarrow \quad I = \frac{P_{\text{اتو}}}{V} = \frac{۸۵۰\ w}{۲۲۰\ v} = ۳.۸۶\ A$$

ب: به صورت زیر محاسبه می شود:

$$P_{\text{کتری}} = \frac{V^۲}{R} \rightarrow \quad R = \frac{V^۲}{P_{\text{کتری}}} = \frac{۲۲۰^۲}{۲۴۰۰} = ۲۰.۱۶\ \Omega$$

$$P_{\text{اتو}} = \frac{V^۲}{R} \rightarrow \quad R = \frac{V^۲}{P_{\text{اتو}}} = \frac{۲۲۰^۲}{۸۵۰} = ۵۶.۹\ \Omega$$

۱۷ لامپ یک چراغ قوهٔ معمولی با ولتاژ ۲/۹V کار می‌کند و در این حالت جریان ۰/۳۰A از آن می‌گذرد. اگر مقاومت رشتهٔ تنگستنی این لامپ در دمای اتاق (۲۰°C) برابر ۱/۱Ω باشد، دمای این رشته وقتی که لامپ روشن است، چقدر می‌شود؟

پاسخ تمرین ۱۷ آخر فصل: بر اساس قانون اهم مقاومت سیم را بدست می آوریم:

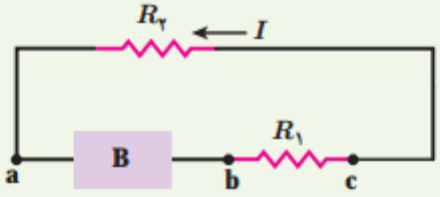
$$R = \frac{V}{I} = \frac{۲.۹\ V}{۰.۳\ A} = ۹.۶\ \Omega$$

حال می توانیم از رابطه $R = R_۰[۱ + \alpha(T - T_۰)]$ دما را بدست آوریم :

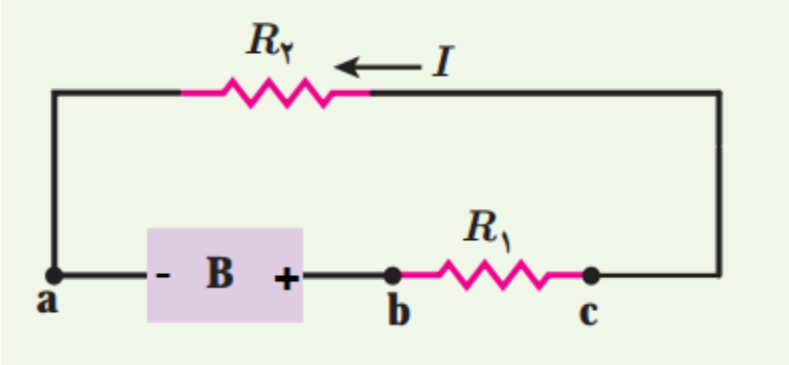
$$۹.۶ = ۱.۱ \times [۱ + ٤.۵ \times ۱۰^{-۳}(T - ۲۰)] \rightarrow \frac{۹.۶}{۱.۱} = ۱.۰۹ + ٤.۵ \times ۱۰^{-۳}T$$

$$٤.۵ \times ۱۰^{-۳}T = ۷.۶۳ \rightarrow T = \frac{۷.۶۳}{٤.۵ \times ۱۰^{-۳}} = ۱۶۹۵\ °C$$

۱۸ شکل زیر جریان I را در یک مدار تک‌حلقه‌ای با باتری B و مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ (و سیم‌هایی با مقاومت ناچیز) نشان می‌دهد. الف) قطب‌های پایانه‌های B را مشخص کنید. در نقاط a ، b و c، ب) بزرگی جریان، پ) پتانسیل الکتریکی و ت) انرژی پتانسیل الکتریکی حامل‌های بار مثبت را به‌گونه‌ای مرتب کنید که بیشترین مقدار در ابتدا باشد.



پاسخ تمرین ۱۸ آخر فصل: الف: در شکل زیر مشخص شده است :



ب: جریان در تمام مدار تک حلقه یکسان و برابر I است.

پ: قطب مثبت باتری بیشترین پتانسیل می باشد و با حرکت در جهت جریان پتانسیل کاهش می یابد پس : $V_b > V_c > V_a$

ت: هر چه در طول سیم حرکت کنیم انرژی حامل های بار کاهش می یابد پس :

$$U_b > U_c > U_a$$

۱۹ تلویزیون و یکی از لامپ‌های خانهٔ خود را درنظر بگیرید و فرض کنید که هرکدام روزی ۸ ساعت با اختلاف پتانسیل ۲۲۰ولت روشن باشد.

الف) انرژی الکتریکی مصرفی هرکدام در یک دورهٔ یک ماهه (۳۰ روز) چند kWh است؟ (توان مصرفی هر وسیله را از روی آن بخوانید.)

ب) بهای برق مصرفی هر کدام از قرار هر کیلووات ساعت ۵۰تومان در یک دورهٔ یک ماهه چقدر می‌شود؟

پ) اگر در شهر شما هر خانه یک لامپ ۱۰۰ وات اضافی را به مدت ۳ ساعت در شب روشن کند، در طول یک ماه تقریباً چند کیلووات ساعت انرژی الکتریکی اضافی مصرف می‌شود؟

پاسخ تمرین ۱۹ آخر فصل: الف: فرض کنید یک لامپ کم مصرف ۲۰ W داریم. روزی هشت ساعت در ماه برابر است با ۲٤۰ ساعت می شود پس انرژی مصرفی در طول ۳۰ روز برابر خواهد بود با :

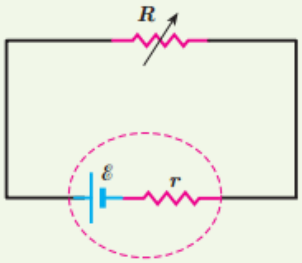
$$P = \frac{U}{t} \rightarrow \quad U = P.t = ۲۰\,w \times ۲٤۰\,h = ٤۸۰۰\,Wh = ٤.۸\,kWh$$

توجه کنید زمان را بر حسب ساعت قرار دادیم تا جواب بر حسب کیلو وات ساعت بدست آید. در مورد تلویزیون هم به همین روش محاسبه می کنیم.

ب: انرژی مصرف شده توسط یک لامپ ۱۰۰ واتی در مدت ۹۰ ساعت :

$$U = P.t = ۱۰۰\ W \times ۹۰\ h = ۹۰۰۰\ Wh = ۹\ kWh$$

۲۰ در شکل زیر، الف) نیروی محرکهٔ الکتریکی و مقاومت



داخلی منبع را که توان خروجی آن به ازای $I_۱ = ۵/۰۰\text{A}$ برابر $۹/۵۰\text{W}$ و به ازای $I_۲ = ۷/۰۰\text{A}$ برابر $۱۲/۶\text{W}$ است، محاسبه کنید.

ب) نمودار اختلاف پتانسیل دو سر باتری برحسب جریان گذرنده از آن را رسم کنید.

پاسخ تمرین ۲۰ آخر فصل:

$$P_{\text{خروجی}} = \varepsilon I - r I^۲$$

$$۱ : \quad P_۱ = ۵\varepsilon - ۲۵ r = ۹.۵\ w \xrightarrow{\div ۵} \varepsilon - ۵ r = ۱.۹\ w$$

$$۲ : \quad P_۲ = ۷\varepsilon - ۴۹ r = ۱۲.۶\ w \xrightarrow{\div ۷} \varepsilon - ۷ r = ۱.۸\ w$$

معادله ۲ را از ۱ کم می کنیم:

$$۱ - ۲ : \quad \varepsilon - ۵ r - (\varepsilon - ۷ r) = ۱.۹ - ۱.۸ \rightarrow ۲ r = ۰.۱ \rightarrow r = ۰.۰۵\ \Omega$$

حال مقاومت بدست آمده را در یکی از معادله ها (مثلا معادله ۱) قرار می دهیم و نیروی محرکه را بدست می آوریم:

$$\varepsilon - ۵ \times ۰.۰۵ = ۱.۹ \rightarrow \varepsilon = ۲.۱۵\ v$$

ب: با توجه به اینکه اختلاف پتانسیل باتری از رابطه $\Delta V = \varepsilon - Ir$ بدست می آید با جایگذاری مقاومت درونی و نیروی محرکه ای که در قسمت الف پیدا کردیم معادله ما به صورت زیر می شود:

$$\Delta V = ۲.۱۵ - ۰.۰۵ I$$

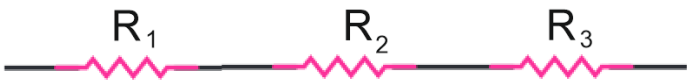
که معادله یک خط راست است با قرار دادن صفر به جای جریان ، اختلاف پتانسیل ۲,۱۵ و با قرار دادن ۱ در جریان ، اختلاف پتانسیل ۲,۱ می شود و با این دو نقطه می توانیم معادله خطمان را رسم کنیم:

یعنی با افزایش جریان ، باتری با افت پتانسیل مواجه می شود.

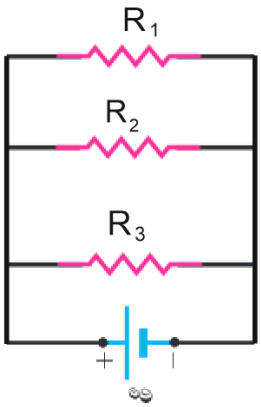
ترکیب مقاومت ها: معمولا در مدارهای وسیله های الکتریکی از تعداد بسیار زیادی مقاومت الکتریکی استفاده می شود که با انواع گاها پیچیده ای به هم متصل (ترکیب) می شوند.

انواع ترکیب (اتصال) مقاومت ها: در حوزه کتاب درسی ما ، دو نوع اتصال مقاومت را بررسی خواهیم کرد :
الف) ترکیب سری (متوالی) و ب) ترکیب موازی

ترکیب سری(متوالی) مقاومت : در این نوع ترکیب مقاومت ها پشت سر هم به یکدیگر متصل می شوند و انشعاب میان مقاومت ها وجود ندارد. (به شکل زیر:)

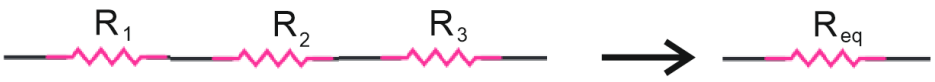


ترکیب موازی: در این نوع ترکیب دو سر هر مقاومت به دو سر مقاومت دیگری متصل می شود و همه مقاومت ها از یک طرف به قطب مثبت باتری و از طرف دیگر به قطب منفی باتری وصل می گردند(به شکل زیر توجه کنید:)



مقاومت معادل : هنگام ترکیب مقاومت ها می توانیم تمام مقاومت ها را یک مقاومت بزرگ در نظر بگیریم که مقاومت الکتریکی آن معادل مقاومت هایی خواهد بود که به هم متصل می باشند.

مقاومت معادل در ترکیب سری: در ترکیب سری جریان عبوری از تک تک مقاومت ها یکسان می باشد و اختلاف پتانسیل کل مقاومت ها برابر با مجموع اختلاف پتانسیل های همه مقاومت ها می باشدهمچنین مقاومت معادل برابر با جمع جبری مقاومت ها می باشد:



$$I_{eq} = I_۱ = I_۲ = I_۳ = \cdots$$

$$V_{eq} = V_۱ + V_۲ + V_۳ + \cdots$$

$$R_{eq} = R_۱ + R_۲ + R_۳ + \cdots$$

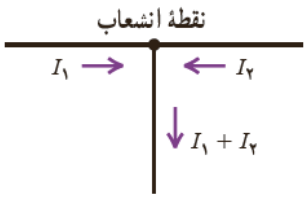
eq: به معنای معادل است.

نکته : مقاومت معادل در حالت سری همواره از بزرگترین مقاومت آن سری بیشتر خواهد بود:

$$R_{eq} > R_{max}$$

قبل از اینکه به ترکیب موازی برسیم قاعده مهم انشعاب را ذکر می کنیم:

انشعاب چیست؟ انشعاب (گره) به نقطه ای می گویند که در آنجا سه یا چند سیم به هم برسند .



شاخه: هر اتصالی بین دو نقطه انشعاب را شاخه می گویند. به عبارتی هر سیمی که از نقطه انشعاب خارج و به نقطه انشعاب دیگری می رسد یک شاخه است.

توجه! داخل شاخه اجزای مختلفی از جمله مقاومت ، منبع محرکه و خازن و .... وجود دارد.

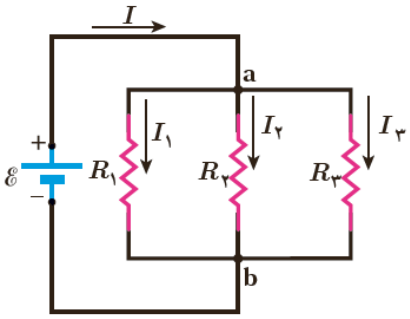
قاعده انشعاب: مجموع جریان هایی که به یک نقطه انشعاب وارد می شود برابر با مجموع جریان هایی است که از آن نقطه انشعاب خارج می گردد.

مجموع جریان های ورودی = مجموع جریان های خروجی

$$I_{OUt} = I_{IN}$$

مقاومت معادل در ترکیب موازی: از این نوع ترکیب اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ها یکسان بوده اما جریان الکتریکی کل در مقاومت ها توزیع می شود.

در شکل زیر سه مقاومت به طور متوالی به هم متصل شده اند که اختلاف پتانسیل هر دو سر آنها با یکدیگر یکسان و برابر اختلاف پتانسیل باتری می باشد، همچنین مجموع جریان های عبوری از مقاومت ها برابر جریان کل I خواهد بود ، پس داریم :



$$I_{eq} = I_۱ + I_۲ + I_۳ + \cdots$$

$$V_{eq} = V_۱ = V_۲ = V_۳ = \cdots$$

و مقاومت معادل برای ترکیب موازی برابر مقدار زیر خواهد بود:

$$\frac{۱}{R_{eq}} = \frac{۱}{R_۱} + \frac{۱}{R_۲} + \frac{۱}{R_۳} + \cdots$$

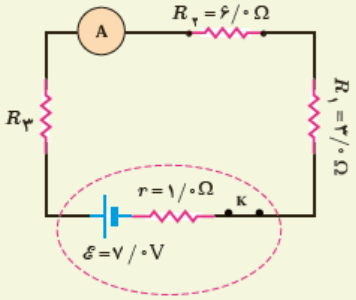
که پس از یافتن مقدار $\frac{۱}{R_{eq}}$ آن را معکوس می کنیم و مقاومت معادل بدست می آید.

نکته : مقاومت معادل در حالت موازی همواره از کوچکترین مقاومت نیز کوچکتر خواهد بود:

$$R_{eq} < R_{min}$$

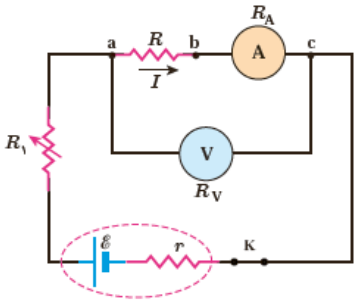
نکته : اگر n مقاومت هم اندازه R به صورت موازی بسته شوند مقاومت معادل برابر $R_{eq} = \frac{R}{n}$ خواهد بود و اگر nمقاومت هم اندازه R به صورت متوالی بسته شود مقاومت معادل برابر $R_{eq} = nR$ می شود.

تمرین ۲ـ۵



در شکل روبه‌رو، سه مقاومت به همراه یک آمپرسنج به‌صورت متوالی به یک باتری وصل شده‌اند و مقاومت آمپرسنج صفر است (آمپرسنج آرمانی). اگر مقاومت معادل مقاومت‌های $R_۱$ ، $R_۲$ و $R_۳$ برابر با $۱۳/۰\Omega$ باشد : الف) مقاومت $R_۲$ چقدر است؟ ب) جریانی را که آمپرسنج نشان می‌دهد به‌دست آورید. پ) نشان دهید توان خروجی باتری با مجموع توان‌های مصرفی مقاومت‌های $R_۱$ ، $R_۲$ و $R_۳$ در مدار برابر است.

مثال ۲ـ۱۱



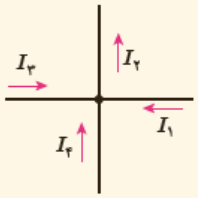
شکل روبه‌رو مداری را برای اندازه‌گیری مقاومت مجهول R نشان می‌دهد. فرض کنید در این مدار ولت‌سنج $۲۴/۰\,V$ و آمپرسنج $۰/۲۰۰\,A$ را نشان دهد. مقاومت ولت‌سنج $R_V = ۱/۰۰\times۱۰^{۴}\Omega$ و مقاومت آمپرسنج $R_A = ۱/۰۰\Omega$ است. مقاومت R را به‌دست آورید.

پاسخ : مقاومت‌های R و R_A به‌طور متوالی به هم بسته شده‌اند و اختلاف پتانسیل دوسر آنها برابر با $۲۴/۰\,V$ است. با توجه به اینکه آمپرسنج جریان $۰/۲۰۰\,A$ را نشان می‌دهد و به‌طور متوالی به مقاومت R بسته شده است، جریان عبوری از این دو مقاومت نیز برابر $۰/۲۰۰\,A$ است :

$$R_{eq} = \frac{V}{I} = \frac{۲۴/۰V}{۰/۲۰۰A} = ۱۲۰\Omega$$

با توجه به اینکه $R_{eq} = R + R_A$ و $R_A = ۱/۰۰\Omega$ است مقاومت مجهول برابر با $R = ۱۱۹\Omega$ می‌شود.

پرسش ۲ـ۳

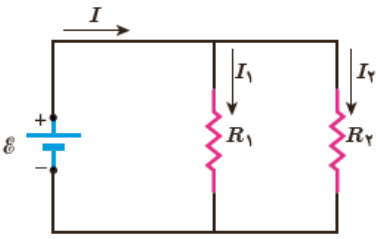


برای نقطهٔ انشعاب نشان داده شده در شکل، رابطهٔ بین جریان‌ها را بنویسید.

پاسخ پرسش ۲-۳ : قاعده انشعاب بیان می کند که مجموع جریان های ورودی با مجموع جریان های خروجی برابر است پس داریم :

$$I_۲ = I_۱ + I_۳ + I_٤$$

مثال ۲ـ۱۲ *



در شکل روبه‌رو، یک باتری آرمانی اختلاف پتانسیل $\mathscr{E}=۱۲\,V$ را به دو سر مقاومت‌های $R_۱ = ۴/۰\,\Omega$ و $R_۲ = ۶/۰\,\Omega$ اعمال می‌کند. الف) جریان عبوری از هر مقاومت و ب) جریانی که از باتری می‌گذرد چقدر است؟

پاسخ : مطابق شکل جریان عبوری از باتری، مقاومت $R_۱$، و مقاومت $R_۲$ را به ترتیب با I، $I_۱$ و $I_۲$ نشان داده‌ایم.

الف) بدیهی است که اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ برابر با اختلاف پتانسیل باتری است. بنابراین داریم :

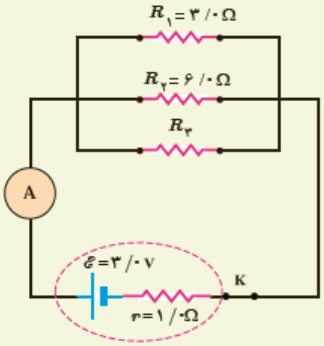
$$V_۱ = \mathscr{E} = I_۱R_۱ \Rightarrow I_۱ = \frac{\mathscr{E}}{R_۱} = \frac{۱۲\,V}{۴/۰\,\Omega} = ۳/۰\,A$$

$$V_۲ = \mathscr{E} = I_۲R_۲ \Rightarrow I_۲ = \frac{\mathscr{E}}{R_۲} = \frac{۱۲\,V}{۶/۰\,\Omega} = ۲/۰\,A$$

ب) اکنون با استفاده از قاعدهٔ انشعاب، جریان عبوری از باتری را می‌یابیم :

$$I = I_۱ + I_۲ = ۳/۰\,A + ۲/۰\,A = ۵/۰\,A$$

تمرین ۲ـ۶



در شکل روبه‌رو سه مقاومت موازی به همراه یک آمپرسنج آرمانی به دو سر یک باتری وصل شده‌اند. اگر مقاومت معادل این ترکیب $۱/۶\Omega$ باشد، الف) مقاومت $R_۳$ چقدر است؟ ب) جریانی که آمپرسنج نشان می‌دهد را به‌دست آورید. پ) نشان دهید توان خروجی باتری با مجموع توان‌های مصرفی مقاومت‌های $R_۱$ ، $R_۲$ و $R_۳$ برابر است.

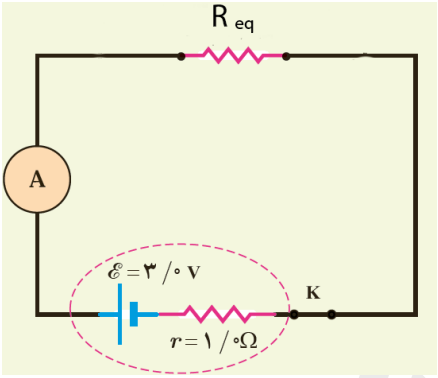
پاسخ تمرین ۲-٦ :

الف: سه مقاومت موازی به هم متصل هستند که از رابطه $\frac{۱}{R_{eq}} = \frac{۱}{R_۱} + \frac{۱}{R_۲} + \frac{۱}{R_۳}$ مقاومت مجهول را بدست می آوریم:

$$\frac{۱}{۱.٦} = \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{٦} + \frac{۱}{R_۳} \rightarrow \frac{۱}{R_۳} = \frac{۱}{۱.٦} - \frac{۱}{۳} - \frac{۱}{٦} = \frac{٦ - ۳.۲ - ۱.٦}{۹.٦} = \frac{۱.۲}{۹.٦}$$

$$\frac{۱}{R_۳} = \frac{۱.۲}{۹.٦} \rightarrow \quad R_۳ = \frac{۹.٦}{۱.۲} = ۸\,\Omega$$

ب: برای یافتن جریان آمپر سنج دقت کنید سه مقاومت موازی را یک مقاومت در نظر می گیریم که برابر ۱,٦ اهم می باشد (به اشتباه این سه مقاومت را هنگام یافتن جریان با هم جمع نکنید) در نتیجه مدار ما به شکل زیر در می آید:



$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} = \frac{۳\,v}{(۱ + ۱.٦)\Omega} = ۱.۱۵\,A$$

پ: توان خروجی باتری برابر $P_{\text{خروجی}} = \varepsilon I - rI^{۲}$ است و توان مصرفی هر مقاومت را از رابطه $P_{\text{مقاومت}} = \frac{V^{۲}}{R}$ بدست می آوریم (این فرمول از همه راحت تره زیرا در اتصال موازی اختلاف پتانسیل تمام مقاومت ها یکسانه):

$$P_{\text{خروجی}} = \varepsilon I - rI^{۲} = ۳ \times ۱.۱۵ - ۱ \times ۱.۱۵^{۲} = ۲.۱۲\,w$$

اختلاف پتانسیل تمام مقاومت ها برابر اختلاف پتانسیلی است که باتری ایجاد می کند یعنی :

$$V = \varepsilon - Ir = ۳ - ۱ \times ۱.۱۵ = ۱.۸۵\,v$$

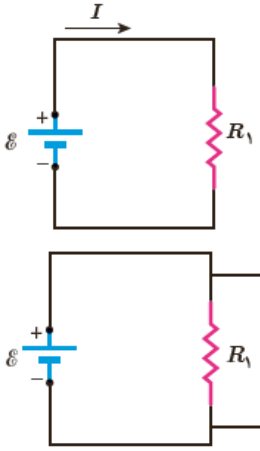
$$P_{\text{مقاومت۱}} = \frac{V^{۲}}{R_{۱}} = \frac{۱.۸۵^{۲}}{۳} = ۱.۱٤\,w$$

$$P_{\text{مقاومت۲}} = \frac{V^{۲}}{R_{۲}} = \frac{۱.۸۵^{۲}}{٦} = ۰.۵۷\,w$$

$$P_{\text{مقاومت۳}} = \frac{V^{۲}}{R_{۱}} = \frac{۱.۸۵^{۲}}{۸} = ۰.٤۲\,w$$

اگر توان مصرفی این سه مقاومت را جمع کنیم برابر با توان خروجی باتری خواهد بود.

مثال ۲ــ ۱۳



مدار سادهٔ شکل روبه‌رو را که شامل یک منبع نیروی محرکهٔ الکتریکی آرمانی با $\mathscr{E} = ۱۵۰\,V$ و یک مقاومت با $R_۱ = ۱۰۰\,k\Omega$ است، در نظر بگیرید.

الف) جریان عبوری از منبع را به‌دست آورید.

ب) اگر مقاومت $R_۲ = ۱۰/۰\,M\Omega$ به‌طور موازی به دو سر مقاومت $R_۱$ متصل شود، مقاومت معادل مدار چقدر می‌شود و چه جریانی از منبع می‌گذرد؟

پاسخ : الف) با استفاده از تعریف مقاومت داریم :

$$I = \frac{\mathscr{E}}{R_۱} = \frac{۱۵۰\,V}{۱۰۰\times۱۰^{۳}\,\Omega} = ۱/۵۰\times۱۰^{-۳}\,A = ۱/۵۰\,mA$$

ب) با استفاده از رابطهٔ ۲ــ۱۳ داریم :

$$\frac{۱}{R_{eq}} = \frac{۱}{R_۱} + \frac{۱}{R_۲}$$

در نتیجه

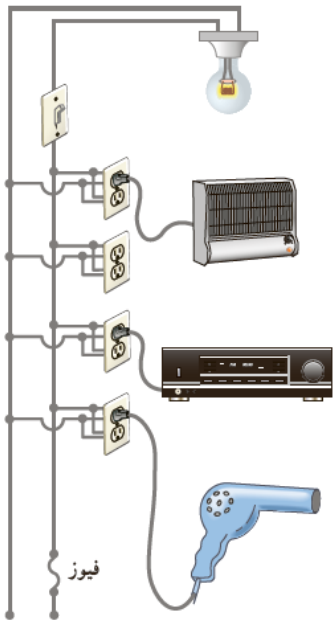
$$R_{eq} = \frac{R_۱R_۲}{R_۱ + R_۲} = \frac{(۱۰۰\times۱۰^{۷}\,\Omega)(۱۰/۰\times۱۰^{۶}\,\Omega)}{۱۰۰\times۱۰^{۷}\,\Omega + ۱۰۰\times۱۰^{۶}\,\Omega} = ۹۹/۰\,k\Omega$$

و بنابراین، جریان عبوری از منبع برابر است با

$$I = \frac{\mathscr{E}}{R_{eq}} = \frac{۱۵۰\,V}{۹/۹۰\times۱۰^{۴}\,\Omega} = ۱/۵۲\times۱۰^{-۳}\,A = ۱/۵۲\,mA$$

همان‌طور که می‌بینید، مقاومت معادل در این حالت که یکی از مقاومت‌ها خیلی بزرگ‌تر از مقاومت دیگر است ($R_۲ >> R_۱$) تقریباً برابر با مقاومت کوچک‌تر ($R_۱$) است.

مثال ۲ــ ۱۴



یک لامپ رشته‌ای ۱۰۰W، یک بخاری برقی ۲۰۰۰W، یک دستگاه پخش‌صوت ۲۰۰W، و یک سشوار (موخشک‌کن) ۲۲۰۰W مطابق شکل به پریزهای یک مدار سیم‌کشی خانگی ۲۲۰V وصل شده است.

الف) اگر فیوز شکل ۱۵A باشد، یعنی حداکثر بتواند جریان ۱۵A را تحمل کند، آیا فیوز خواهد پرید؟

ب) نشان دهید توان الکتریکی مصرفی مقاومت معادل برابر با مجموع توان‌های الکتریکی مصرفی در هریک از آنهاست.

پاسخ : الف) همان‌طور که در شکل می‌بینیم در سیم‌کشی منازل همهٔ مصرف‌کننده‌ها به‌طور موازی متصل می‌شوند. بنابراین، جریان کل عبوری از فیوز برابر با مجموع جریان‌های عبوری از هریک از مصرف‌کننده‌هاست. با استفاده از رابطهٔ $I = P/V$ جریان عبوری از هریک از این چهار مصرف‌کننده را به‌دست می‌آوریم. بنابراین، به ترتیب داریم :

$$I_{\text{لامپ}} = \frac{P_{\text{لامپ}}}{V} = \frac{۱۰۰\,W}{۲۲۰\,V} = ۰/۴۵۵\,A$$

$$I_{\text{بخاری}} = \frac{P_{\text{بخاری}}}{V} = \frac{۲۰۰۰\,W}{۲۲۰\,V} = ۹/۰۹\,A$$

$$I_{\text{پخش}} = \frac{P_{\text{پخش}}}{V} = \frac{۲۰۰\,\text{W}}{۲۲۰\,\text{V}} = ۰/۹۰۹\,\text{A} \qquad I_{\text{سشوار}} = \frac{P_{\text{سشوار}}}{V} = \frac{۲۲۰۰\,\text{W}}{۲۲۰\,\text{V}} = ۱۰/۰\,\text{A}$$

بنابراین، جریان کل عبوری از فیوز برابر است با :

$$I_{\text{فیوز}} = I_{\text{کل}} = I_{\text{لامپ}} + I_{\text{بخاری}} + I_{\text{پخش}} + I_{\text{سشوار}}$$
$$= ۰/۴۵۵\,\text{A} + ۹/۰۹\,\text{A} + ۰/۹۰۹\,\text{A} + ۱۰/۰\,\text{A} = ۲۰/۵\,\text{A}$$

چون فیوز ۱۵A است. بنابراین، فیوز خواهد پرید. در اغلب منازل چند مدار سیم‌کشی جداگانه داریم که هریک فیوز مربوط به خود را دارد. برای اینکه بتوانیم به‌طور هم‌زمان از چند وسیلهٔ برقی استفاده کنیم، باید وسایل برقی را به‌طور هم‌زمان به یک مدار وصل نکنیم و مدارهای دیگر را نیز به‌کار گیریم.

ب) دیدیم که همهٔ مصرف‌کننده‌ها به‌طور موازی متصل می‌شوند. بنابراین، مقاومت معادل مصرف‌کننده‌های شکل از رابطهٔ ۲ــ۱۳ به‌دست می‌آید. بنابراین، برای محاسبهٔ مقاومت لازم است مقاومت هریک از وسیله‌ها را به‌طور جداگانه محاسبه کنیم. مقاومت هر مصرف‌کننده با استفاده از رابطهٔ $P = \frac{V^۲}{R}$ به‌دست می‌آید. بنابراین، به ترتیب داریم :

$$R_{\text{لامپ}} = \frac{V^۲}{P_{\text{لامپ}}} = \frac{(۲۲۰\,\text{V})^۲}{۱۰۰\,\text{W}} = ۴۸۴\,\Omega \qquad R_{\text{بخاری}} = \frac{V^۲}{P_{\text{بخاری}}} = \frac{(۲۲۰\,\text{V})^۲}{۲۰۰۰\,\text{W}} = ۲۴/۲\,\Omega$$

$$R_{\text{پخش}} = \frac{V^۲}{P_{\text{پخش}}} = \frac{(۲۲۰\,\text{V})^۲}{۲۰۰\,\text{W}} = ۲۴۲\,\Omega \qquad R_{\text{سشوار}} = \frac{V^۲}{P_{\text{سشوار}}} = \frac{(۲۲۰\,\text{V})^۲}{۲۲۰۰\,\text{W}} = ۲۲/۰\,\Omega$$

پس مقاومت معادل چنین محاسبه می‌شود :

$$\frac{۱}{R_{\text{eq}}} = \frac{۱}{R_{\text{لامپ}}} + \frac{۱}{R_{\text{بخاری}}} + \frac{۱}{R_{\text{پخش}}} + \frac{۱}{R_{\text{سشوار}}} =$$
$$= \frac{۱}{۴۸۴\,\Omega} + \frac{۱}{۲۴/۲\,\Omega} + \frac{۱}{۲۴۲\,\Omega} + \frac{۱}{۲۲/۰\,\Omega} = ۰/۰۹۳۰\,\Omega^{-۱}$$

و در نتیجه $R_{\text{eq}} = ۱۰/۷۵\,\Omega \approx ۱۰/۸\,\Omega$. بنابراین، توان مصرفی مقاومت معادل چنین می‌شود :

$$P_{R_{\text{eq}}} = \frac{V^۲}{R_{\text{eq}}} = \frac{(۲۲۰\,\text{V})^۲}{۱۰/۷۵\,\Omega} = ۴/۵۰\,\text{kW}$$

اکنون می‌خواهیم این نتیجه را با مجموع توان‌های هریک از مصرف‌کننده‌ها مقایسه کنیم.

مجموع توان مصرف‌کننده‌ها برابر است با :

$$P_{\text{کل}} = P_{\text{لامپ}} + P_{\text{بخاری}} + P_{\text{پخش}} + P_{\text{سشوار}} = ۱۰۰\,\text{W} + ۲۰۰۰\,\text{W} + ۲۰۰\,\text{W} + ۲۲۰۰\,\text{W} = ۴۵۰۰\,\text{W}$$

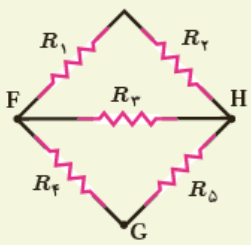
که همان توان مصرفی مقاومت معادل است.

تمرین ۲ــ۷

شکل روبه‌رو پنج مقاومت ۸/۰۰ اهمی را نشان می‌دهد.

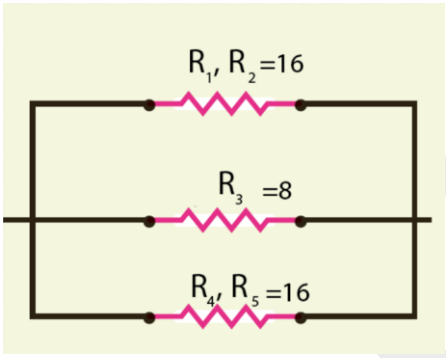
الف) مقاومت معادل بین نقطه‌های F و H چقدر است؟

ب) مقاومت معادل بین نقطه‌های F و G چقدر است؟



پاسخ تمرین ۲-۷:

الف : برای یافتن مقاومت معادل بین نقطه های F و H دقت کنید که مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ با هم متوالی و مقاومت های $R_٤$ و $R_٥$ نیز به صورت متوالی بسته شده اند پس شکل ما به صورت زیر در می آید:



مقاومت معادل سه موازی به صورت زیر بدست می آید:

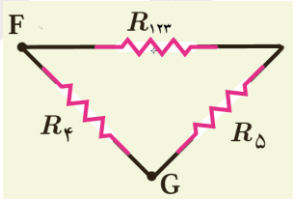
$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{R_{۱۲}}+\frac{۱}{R_{٤٥}}+\frac{۱}{R_{۳}}=\frac{۱}{۱٦}+\frac{۱}{۱٦}+\frac{۱}{۸}\rightarrow\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱+۱+۲}{۱٦}=\frac{٤}{۱٦}$$

$$R_{eq}=٤\ \Omega$$

ب: در این حالت ابتدا مقاومت معادل $R_۱$ و $R_۲$ که متوالی هستند را بدست می آوریم که ۱٦ اهم می شود سپس این مقاومت با مقاومت $R_۳$ موازی هست که مقاومت معادل $R_{۱.۲}$ با مقاومت $R_۳$ به صورت زیر بدست می آید:

$$\frac{۱}{R_{۱۲۳}}=\frac{۱}{R_{۱۲}}+\frac{۱}{R_{۳}}=\frac{۱}{۱٦}+\frac{۱}{۸}=\frac{۱+۲}{۱٦}=\frac{۳}{۱٦}\rightarrow\quad R_{۱۲۳}=\frac{۱٦}{۳}$$

مدار ما به شکل زیر ساده می شود:

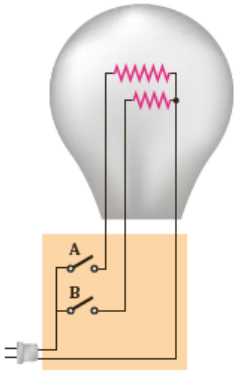


حال $R_{۱۲۳}$ با $R_٥$ متوالی است که معادلشان می شود : $R_{۱۲۳٥}=۸+\frac{۱٦}{۳}=\frac{۲٤+۱٦}{۳}=\frac{٤۰}{۳}$

در آخر دو مقاومت $R_{۱۲۳٥}$ و $R_٤$ با هم موازی هستند و داریم:

$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{R_{۱۲۳٥}}+\frac{۱}{R_{٤}}=\frac{۳}{٤۰}+\frac{۱}{۸}=\frac{۳+٥}{٤۰}=\frac{۸}{٤۰}\quad\rightarrow\quad R_{eq}=\frac{٤۰}{۸}=٥\ \Omega$$

مثال ۲ـ۱۵



یک لامپ سه‌راههٔ ۲۲۰V که دو رشته دارد مطابق شکل برای کار در سه توان مختلف ساخته شده است. کمترین و بیشترین توان مصرفی این لامپ به ترتیب ۵۰/۰W و ۱۵۰W است. مقاومت هریک از رشته‌ها را بیابید.

پاسخ : همان‌طور که می‌دانیم توان الکتریکی مصرفی از رابطهٔ $P = V^2/R$ به‌دست می‌آید. بنابراین، بیشترین توان مربوط به کمترین مقاومت و کمترین توان مربوط به بیشترین مقاومت است. در بستن موازی مقاومت‌ها دیدیم مقاومت معادل کوچک‌تر از هریک از مقاومت‌هاست. بنابراین، بیشترین توان مربوط به وقتی است که کلیدهای a و b هردو بسته‌اند؛ یعنی :

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

که در آن R_1 و R_2 مقاومت‌های دو رشتهٔ لامپ‌اند. بنابراین، برای مقاومت معادل داریم :

$$R_{eq} = R_{min} = \frac{V^2}{P_{max}} = \frac{(220\,V)^2}{150\,W} = 323\,\Omega$$

از طرفی کمترین توان مربوط به وقتی است که کلید مربوط به رشتهٔ با مقاومت بیشتر بسته شده است. اگر این مقاومت را با R_1 نمایش دهیم، داریم :

$$R_1 = R_{max} = \frac{V^2}{P_{min}} = \frac{(220\,V)^2}{50/0\,W} = 968\,\Omega$$

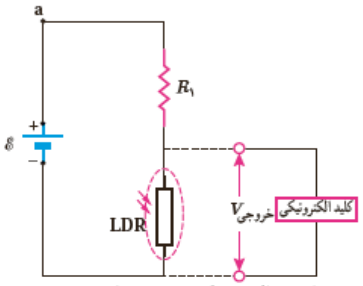
بنابراین، مقاومت مجهول R_2 از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید :

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_{eq}} - \frac{1}{R_1} = \frac{1}{323\,\Omega} - \frac{1}{968\,\Omega} = 2/06 \times 10^{-3}\,\Omega^{-1}$$

در نتیجه

$$R_2 = \frac{1}{2/06 \times 10^{-3}\,\Omega^{-1}} = 485\,\Omega$$

مثال ۲ـ۱۶



در بسیاری از مدارهای الکتریکی از تغییر مقاومت برای تقسیم ولتاژ استفاده می‌کنند. از این ویژگی در برخی از تجهیزات الکتریکی به‌عنوان کلید الکترونیکی بهره‌برداری می‌شود. آژیر خطر، کلید خودکار روشن شدن چراغ‌ها و ... مثال‌هایی از این دست هستند. شکل روبه‌رو چنین مداری را که در چراغ روشنایی خودروها به‌کار می‌رود، نشان می‌دهد. در این مدار از دو مقاومت R_1 و مقاومت متغیر LDR استفاده شده است که به‌طور متوالی به هم وصل‌اند. همان‌طور که می‌دانیم وقتی تابش نور به LDR قطع می‌شود، مقاومت آن افزایش می‌یابد. در نتیجه ولتاژ خروجی ($V_{خروجی}$) زیاد می‌شود. این افزایش ولتاژ سبب فعال شدن کلید الکترونیکی می‌شود که به چراغ وصل است و بدین ترتیب چراغ روشن می‌شود. بنابراین تا زمانی که نور به اندازه کافی بتابد، کلید فعال نمی‌شود. فرض کنید در شکل بالا، منبع نیروی محرکه، آرمانی و ولتاژ آن ۱۲/۰V باشد و ولتاژ موردنیاز برای فعال شدن کلید الکترونیکی ۵/۰۰V باشد. وقتی مقاومت LDR به ۲۰۰kΩ می‌رسد، کلید الکترونیکی فعال می‌شود. مقاومت R_1 چقدر است؟ (مقاومت کلید الکترونیکی آنقدر زیاد است که جریان قابل ملاحظه‌ای از آن عبور نمی‌کند. بنابراین می‌توانیم R_1 و LDR را متوالی در نظر بگیریم.)

پاسخ : با استفاده از قاعدهٔ حلقه داریم :

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_{LDR}}$$

از طرفی بدیهی است

$$V_{خروجی} = R_{LDR} I$$

از ترکیب دو معادله بالا خواهیم داشت :

$$V_{خروجی} = R_{LDR} \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_{LDR}}$$

و از آنجا برای R_1 چنین به‌دست می‌آوریم :

$$R_1 = \frac{R_{LDR}(\mathcal{E} - V_{خروجی})}{V_{خروجی}} = \frac{(200k\Omega)(12/0V - 5/00V)}{5/00V} = 280k\Omega$$

تمرینات آخر فصل:

۲ـ۶ ترکیب مقاومت‌ها

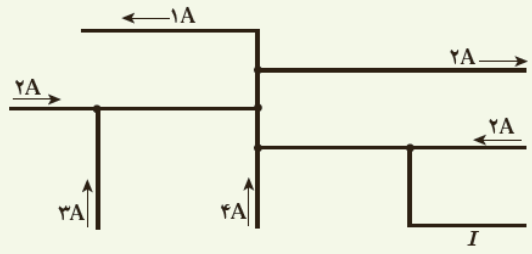
۲۱ لامپ‌های یک درخت زینتی، به طورمتوالی متصل شده‌اند. اگر یکی از لامپ‌ها بسوزد، چه اتّفاقی می‌افتد؟ به‌نظر شما چرا همهٔ چراغ‌های خودرو (چراغ‌های جلو، عقب و ...) به‌طور موازی بسته می‌شوند؟

پاسخ تمرین ۲۱ آخر فصل : اگر یکی بسوزد انگار مدار را از آن نقطه قطع کرده ایم ، پس چون تمام لامپ ها پشت سر هم وصل شده اند همه لامپ ها خاموش می شوند به همین دلیل است که سیم کشی چراغ های خود را موازی متصل می کنند زیرا در حالت موازی این مشکل وجود ندارد و با سوختن یک لامپ ، جریان از سایر لامپ ها می تواند عبور کند.

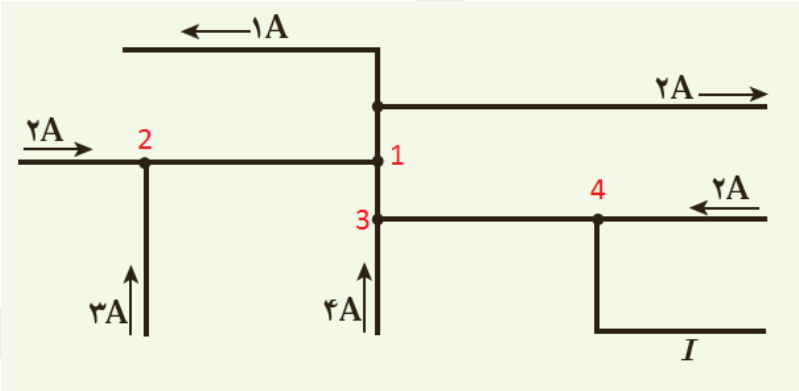
۲۲ مقاومت یک آمپرسنج برای اندازه‌گیری جریان در یک مدار باید چگونه باشد تا جریان اندازه‌گیری‌شده توسط آمپرسنج با جریان قبل از قرار دادن آمپرسنج، نزدیک به هم باشد؟

پاسخ تمرین ۲۲ آخر فصل : مقاومت یک آمپر سنج باید تا حد امکان بسیار کم باشد تا تاثیری در جریان عبوری از سیم نداشته باشد.

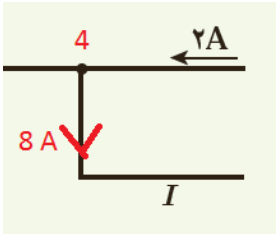
۲۳ شکل زیر بخشی از یک مدار را نشان می‌دهد. بزرگی و جهت جریان I در سیم پایین سمت راست چیست؟



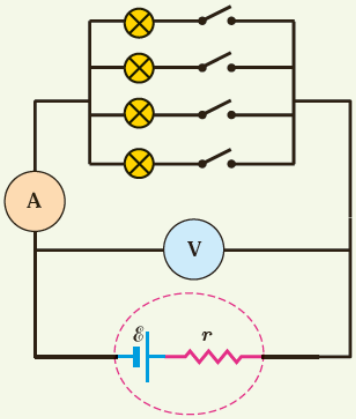
پاسخ تمرین ۲۳ آخر فصل : مجموع جریان های ورودی برابر جریان های خروجی است، به شکل زیر توجه کنید:



از نقطه ۲ جریان های دو و سه آمپری (میشه ۵ آمپر) وارد می شوند و از نقطه ۱ جریان سه آمپری به سمت بالا میرود که به دو شاخه یک و دو آمپری تقسیم شده، پس از سمت چپ ۵ آمپر وارد نقطه ۱ و سه آمپر از آن خارج شده، که می ماند دو آمپر که باید از نقطه ۱ به سمت پایین حرکت کند و همراه با جریان چهار آمپری از نقطه ۳ به سمت راست حرکت کنند (پس شش آمپر از نقطه ۳ به سمت نقطه ٤ حرکت می کند) در نقطه ٤ جریان شش آمپری از طرف چپ با جریان ۲ آمپری از طرف راست به سمت سیم مجهول وارد می شود.



۲۴ در شکل زیر، تعدادی لامپ مشابه به طور موازی به هم متصل شده‌اند و هر لامپ با کلیدی همراه است. بررسی کنید که با بستن کلیدها یکی پس از دیگری، عددهایی که آمپرسنج و ولت سنج نشان می‌دهند، چه تغییری می کند؟



پاسخ تمرین ۲۴ آخر فصل : آمپرسنج: در ابتدا آمپر سنج عدد صفر را نشان خواهد داد ! زیرا جریانی از سیم عبور نمی کند، با بستن اولین کلید جریان عبور خواهد کرد و آمپر سنج عددی را نشان خواهد داد ، با ادامه بستن کلید ها آمپر سنج عدد بزرگتری را نشان خواهد داد ! زیرا لامپ ها به صورت موازی متصل شده اند و اتصال موازی باعث کاهش مقاومت و افزایش جریان عبوری می شود.

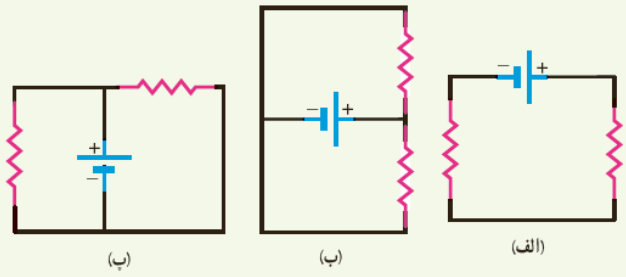
ولت سنج : در ابتدا که جریان وجود ندارد ولت سنج همان نیروی محرکه باتری ε را نشان خواهد داد، هنگام بستن کلید ها چون جریان مداوم افزایش خواهد یافت با افزایش جریان باتری با افت پتانسیل مواجه خواهد شد (در اثر وجود مقاومت داخلی) پس عددی که ولت سنج نشان می دهد با بستن کلید ها کاهش خواهد یافت.

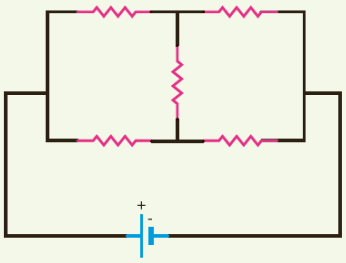
۲۵ دو لامپ با مقاومت مساوی R را یک بار به طور متوالی و بار دیگر به طور موازی به یکدیگر می‌بندیم و آنها را هر بار به ولتاژ V وصل می کنیم. نسبت توان مصرف شده در حالت موازی به توان مصرف شده در حالت متوالی چقدر است؟

پاسخ تمرین ۲۵ آخر فصل : در حالت موازی مقاومت معادل برابر $\frac{R}{۲}$ و در حالت سری مقاومت معادل برابر R ۲ می باشد پس نسبت توان مصرفی در حالت موازی به توان مصرفی در حالت متوالی به شکل زیر بدست می آید:

$$\frac{P_{\text{موازی}}}{P_{\text{متوالی}}} = \frac{\frac{V^{۲}}{R_{\text{موازی}}}}{\frac{V^{۲}}{R_{\text{متوالی}}}} = \frac{R_{\text{متوالی}}}{R_{\text{موازی}}} = \frac{۲R}{\frac{R}{۲}} = ٤$$

۲۶ در شکل‌های زیر، آیا مقاومت‌ها به‌طور متوالی بسته شده‌اند یا موازی و یا هیچ کدام؟





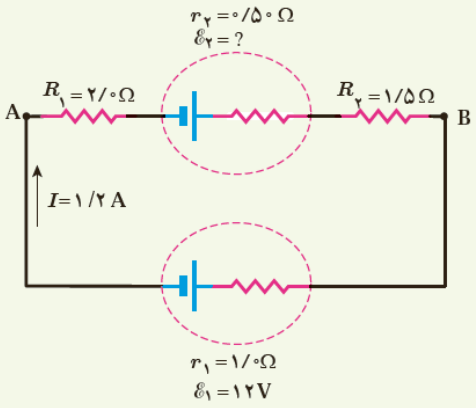
پاسخ تمرین ۲۶ آخر فصل : الف: مقاومت ها پشت سرهم بسته شده اند و متوالی هستند.

ب: هر دو سر مقاومت به دو سر مقاومت دیگری متصل است و موازی هستند.

پ: مانند شکل ب است و تفاوتی ندارد.

ت: در این شکل مقاومت ها نه موازی و نه متوالی است.

۲۷ در مدار شکل زیر جریان در جهت نشان‌داده شده ۱/۲A است.
الف) نیروی محرکهٔ $\mathscr{E}_2$ و $V_A - V_B$ چقدر است؟
ب) انرژی مصرف‌شده در R_1 و R_2 در مدت ۵/۰ ثانیه چقدر است؟



پاسخ تمرین ۲۷ آخر فصل : الف: از نقطه A شروع می کنیم و در جهت جریان یک دور می زنیم:

$$-IR_1 + \varepsilon_2 - Ir_1 - IR_2 - Ir_2 - \varepsilon_1 = 0$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_1 + I(R_1 + r_1 + R_2 + r_2) = ۱۲ + ۱.۲(۲ + ۰.۵ + ۱.۵ + ۱) = ۱۸\ v$$

$$V_a - IR_1 + \varepsilon_2 - Ir_1 - IR_2 = V_b \rightarrow V_a - V_b = -\varepsilon_2 + I(R_1 + r_1 + R_2)$$

$$V_a - V_b = -۱۸ + ۱.۲(۲ + ۰.۵ + ۱.۵) = -۱۳.۲\ v$$

ب:

$$U_1 = R_1 I^2 t = 2 \times 1.2^2 \times 5 = 34.56\ J$$

$$U_2 = R_2 I^2 t = 1.5 \times 1.2^2 \times 5 = \mathbf{10.8}\ \text{J}$$

۲۸ سه مقاومت مشابه ۱۲ اُهمی را یک‌بار به‌طور متوالی و بار دیگر به‌طور موازی به یکدیگر می‌بندیم و به اختلاف پتانسیل ۱۲ولت وصل می‌کنیم. در هر بار، چه جریانی از هر مقاومت می‌گذرد؟

پاسخ تمرین ۲۸ آخر فصل : اگر سه مقاومت مشابه ۱۲ اهمی را متوالی وصل کنیم مقاومت معادل سه برابر می شود یعنی ۳۶ اهم و اگر به صورت موازی وصل کنیم یک سوم برابر می شود یعنی ٤ اهم ، حال با استفاده از قانون اهم می توانیم جریان عبوری از هر کدام را بدست آوریم:

در مقاومت سری جریان عبوری از هر مقاومت یکسان و برابر جریان عبوری از مقاومت معادل است پس :

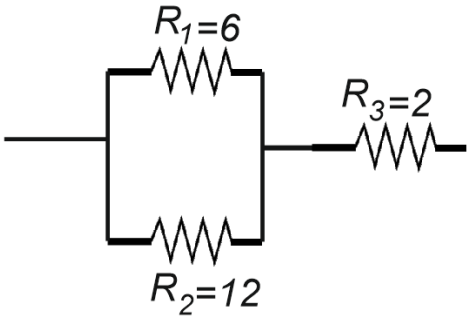
$$I = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{۱۲\ v}{۳۶\ \Omega} = \frac{۱}{۳}\ A$$

در حالت موازی جریان عبوری در هر مقاومت تقسیم می شود و باید جریان هر مقاومت را جداگانه بدست آوریم اما از آنجایی که مقاومت هر سه یکسان است پس جریان هر سه یکسان می شود :

$$I = \frac{V}{R} = \frac{۱۲\ v}{۱۲\ \Omega} = ۱\ A$$

۲۹ دو مقاومت موازی ۶/۰ اُهمی و ۱۲ اُهمی به‌طور متوالی به یک مقاومت ۲/۰ اُهمی وصل شده است. اکنون، مجموعهٔ مقاومت‌ها را به دو سر یک باتری آرمانی ۳۶ ولتی می‌بندیم. توان مصرفی در مقاومت ۶/۰ اُهمی را محاسبه کنید.

پاسخ تمرین ۲۹ آخر فصل : مدار مسئله به شکل زیر است :



مقاومت معادل $R_۱$ و $R_۲$ از رابطه $\frac{۱}{R_{۱۲}} = \frac{۱}{R_۱} + \frac{۱}{R_۲}$ بدست می آید سپس با مقاومت سوم جمع جبری می شود:

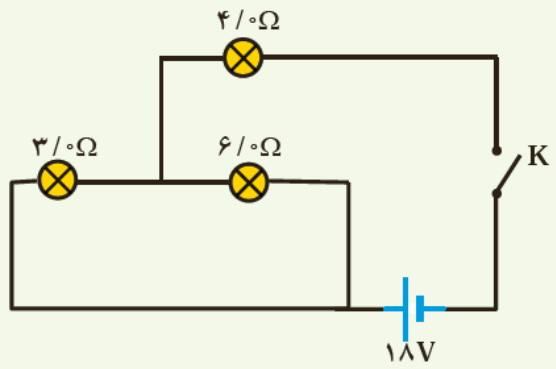
$$\frac{۱}{R_{۱۲}} = \frac{۱}{٦} + \frac{۱}{۱۲} = \frac{۳}{۱۲} \rightarrow \quad R_{۱۲} = ٤\ \Omega$$

$$R_{eq} = R_{۱۲} + R_۳ = ٤\ \Omega + ۲\ \Omega = ٦\ \Omega$$

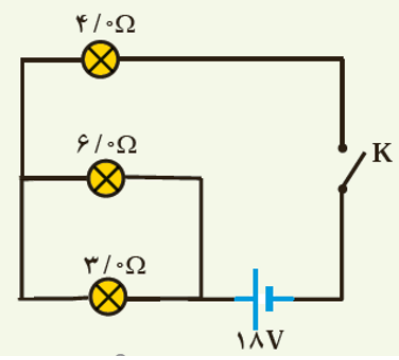
حال جریان عبوری از کل مقاومت ها برابر مقدار $I = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{۳٦}{٦} = ٦\ A$ می شود. که چون مقاومت $R_۱$ نصف مقاومت $R_۲$ است پس جریان عبوری از $R_۱$ دوبرابر جریان عبوری از $R_۲$ می باشد . در نتیجه از ٦ آمپر ٤ آمپرش از مقاومت ٦ اهمی عبور خواهد کرد ، پس توان مصرفی مقاومت ۱ از رابطه زیر بدست می آید:

$$P = RI^۲ = ٦ \times ٦^۲ = ۲۱٦\ w$$

۳۰ در شکل زیر، وقتی کلید بسته شود چه جریانی از هر لامپ رشته‌ای می‌گذرد؟



پاسخ تمرین ۳۰ آخر فصل : این مدار کمی دانش آموز را به اشتباه می اندازد ، برای درک بیشتر لامپ سه اهمی را می کشیم و به زیر لامپ ٦ اهمی می آوریم (روی یک شاخه سیم تا جایی که به گره برخورد نکرده ایم می توانیم مقاومت را جابجا کنیم که هیچ تاثیری در مدار ندارد) در نتیجه مدار ما به شکل زیر تبدیل می شود:



دو مقاومت ۳ و ٦ اهمی با هم موازی اند که معادلش می شود :

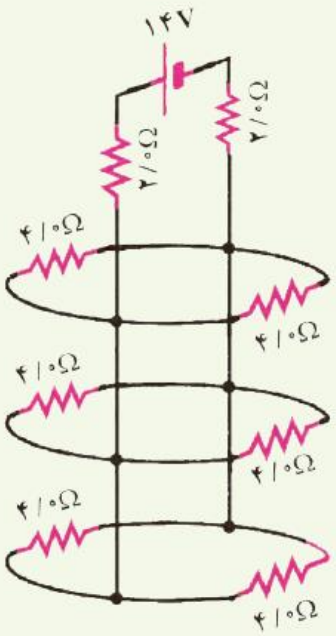
$$\frac{۱}{R_{۳٦}} = \frac{۱}{٦} + \frac{۱}{۳} = \frac{٦}{۱۲} \rightarrow \quad R_{۳٦} = ۲\ \Omega$$

که با مقاومت ٤ اهمی متوالی است در نهایت مقاومت معادل کل می شود :

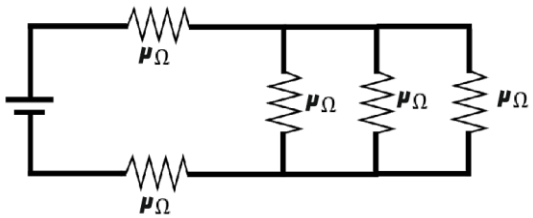
$$R_{eq} = R_{۳٦} + R_{٤} = ۲\ \Omega + ٤\ \Omega = ٦\ \Omega$$

جریان عبوری از سیم اصلی برابر $I = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{۱۸}{٦} = ۳\ A$ می شود پس از مقاومت ٤ اهمی ۳ آمپر می گذرد و اما این ۳ آمپر بین دو مقاومت ۳ و ٦ اهمی تقسیم می شود مقاومت ۳ اهمی چون نصف مقاومت ٦ اهمی است جریان دو برابر بیشتر از آن نسبت به مقاومت شش اهمی می گذرد یعنی از ۳ آمپر یک آمپر از مقاومت ٦ اهمی و دو آمپر از مقاومت ۳ اهمی عبور خواهد کرد.

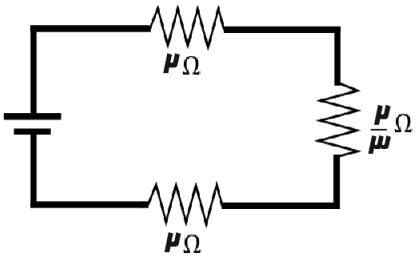
۳۱ جریانی که از منبع نیروی محرکهٔ آرمانی و هر یک از مقاومت‌های شکل روبه‌رو می‌گذرد، چقدر است؟



پاسخ تمرین ۳۱ آخر فصل : هر مقاومت ٤ اهمی با مقاومت روبروی خودش موازی است که دو مقاومت موازی ٤ اهمی برابر یک مقاومت ۲ اهمی می شوند پس شکل ما به صورت زیر می شود:



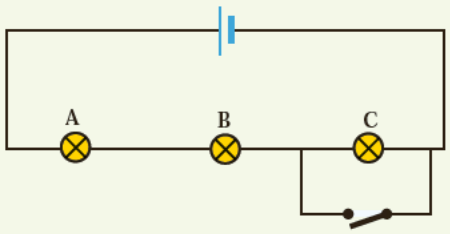
سه مقاومت سمت راستی موازی هستند که معادلشان می شود $\frac{۲}{۳}$ که با دو مقاومت دیگر سری می شود یعنی :



پس جریان عبوری از هر مقاومت شکل بالا برابر $I = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{۱٤}{۲+۲+\frac{۲}{۳}} = ۳\ A$ می شود. مقاومت $\frac{۲}{۳}$ اهمی همان شکل قبلی است که شامل سه مقاومت ۲ اهمی می باشد پس این سه آمپر بین این سه مقاومت تقسیم می شود و از هر مقاومت ۱ آمپر می گذرد این مقاومت های ۲ اهمی هم همان مقاومت های ٤ اهمی موازی هم بودند پس این یک

آمپر هم بین آن ها تقسیم می شود در نتیجه با توجه به شکل اصلی از مقاومت های ٤ اهمی جریان ۰,۵ آمپر می گذرد و از مقاومت های ۲ اهمی ۳ آمپر عبور خواهد کرد.

۳۲ لامپ‌های A، B و C در شکل زیر همگی یکسان‌اند. با بستن کلید، کدام‌یک از تغییرات زیر در اختلاف‌پتانسیل رخ می‌دهد؟ (ممکن است بیش از یک پاسخ درست باشد).



الف) اختلاف‌پتانسیل دو سر A و B تغییر نمی‌کند.
ب) اختلاف‌پتانسیل دو سر C به اندازهٔ ۵۰٪ کاهش می‌یابد.
پ) هریک از اختلاف‌پتانسیل‌های A و B به‌اندازهٔ ۵۰٪ افزایش می‌یابد.
ت) اختلاف‌پتانسیل دو سر C به صفر کاهش می‌یابد.

پاسخ تمرین ۳۲ آخر فصل : گزینه ب و ت صحیح است .

ادامه درسنامه در نسخه بعدی .....

پی نوشت: بی شک این جزوه درسی عاری از اشکال نگارشی و محاسباتی و همچنین غلط های املایی نیست. از شما خوانندگان گرامی تقاظا دارم نقد های خود را برای هر چه بهتر شدن این جزوه و همچنین جزوات بعدی برایمان ارسال فرمایید.

راههای ارتباطی :

سایت : www.garmroudi.ir

تلگرام: https://telegram.me/grmrd

توجه: هر گونه استفاده از مطالب جزوه بدون ذکر منبع و نام نویسنده حرام بوده و پیگرد قانونی دارد..