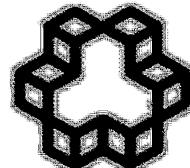


مدرس تخصصی دانشگاه و کنکور ارشد :
 معادلات دیفرانسیل ، ریاضی ۱ و ۲
 ریاضی مهندسی ، محاسبات عددی

 @EShahebrahimi



دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

مسایل ریاضی ۲ (شماره ۲)

۱. طول قوس هریک از منحنی‌های زیر را بدست آورید.

$$r(t) = ti + \frac{2}{\pi} t^{\frac{1}{\pi}} k \quad 0 < t < \pi \quad (\text{i})$$

$$r(t) = (\cos t, \sin t, 2) \quad 0 \leq t \leq \pi \quad (\text{ii})$$

۲. کنج فرنه هریک از منحنی‌های زیر را بدست آورید.

$$r(t) = (2 \cos t, 2 \sin t, \sqrt{5}t) \quad 0 \leq t \leq 2\pi \quad (\text{i})$$

$$C : x^2 + y^2 + z^2 = 1, \quad z = \sqrt{3}y \quad (\text{ii})$$

۳. معادله خط مماس و صفحه مماس و صفحه قائم بر منحنی‌های زیر را در نقطه داده شده را بدست آورید.

$$r(t) = (\cos t, \sin t, t) \quad X_0 = (-1, 0, \pi) \quad (\text{i})$$

$$x + y + z = 1, \quad x_0 + y_0 + z_0 = 1 \quad X_0 = (1, -2, 2) \quad (\text{ii})$$

۴. ثابت کنید خط مماس بر $r(t) = (a \cos wt, a \sin wt, bt)$ همواره زاویه ثابت با صفحه xy می‌سازد.

۵. نشان دهید منحنی زیر مسطح است و انحنای ثابت دارد.

$$r(t) = \left(\cos t, \sin t, \sqrt{3} \cos t \right) \quad -\pi \leq t \leq \frac{\pi}{2}$$

۶. مرکزانحنای بیضی $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ را بیابید.

۷. ثابت کنید:

$$T' = kN \quad (\text{i})$$

$$N' = -kT + \tau \cdot B \quad (\text{ii})$$

ابراهیم شاه ابراهیمی

کارشناس ارشد مهندسی عمر ان
دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
مدرس تخصصی دانشگاه و کنکور ارشد :
معادلات دیفرانسیل ، ریاضی ۱ و ۲
ریاضی مهندسی ، محاسبات عددی

 @EShahebrahimi

math-teacher.blog.ir

$$B' = -\tau \cdot N \quad (\text{iii})$$

۸. شتاب مماس و قائم منحنی $r(t) = (t \cos t, t \sin t, t^2)$ را در لحظه $t = \pi$ بیابید.

۹. فرمولهای k و τ را ثابت کنید

$$k = \frac{|V \times a|}{|V|^3} \quad (\text{i})$$
$$\tau = \frac{|r' \cdot (r'' \times r''')|}{|r \times a|^2} \quad (\text{ii})$$

۱۰. رویه‌ای بیابید که منحنی $(t \cos t, t \sin t, t)$ روی آن می‌گیرد.

۱۱. منحنی حاصل از تقاطع رویه‌های $x^2 + y^2 = 1$ و $z = x^2 + y^2$ را بیابید.

۱۲. محل تقاطع منحنی $(\sin t, \cos t, t)$ و کره $x^2 + y^2 + z^2 = 5$ را بیابید.

۱۳. ثابت کنید

$$\frac{d}{dt} (f(t)r(t)) = f'(t)r(t) + f(t)r'(t)$$

که f تابع اسکالر و $r(t)$ تابع پارامتری در \mathbb{R}^3 است.

۱۴. فرض کنید یک منحنی در مختصات قطبی $r = f(\theta)$ داده شده است اینها و بردار یکه مماس و بردار یکه قائم و بردار یکه قائم دوم آن را بیابید.

۱۵. اینهای یک منحنی $y = f(x)$ در صفحه مختصات را محاسبه کنید.

۱۶. دایره بوسان سهمی $x^2 + y^2 = 1$ را در مبدأ مختصات بیابید.

۱۷. دایره بوسان بیضی $9x^2 + 4y^2 = 36$ را در نقاط $(2, 0)$ و $(0, 3)$ بیابید.

۱۸. عبارات داده شده را محاسبه کنید

$$\frac{d}{dt} (r_1(t) \cdot (r_2(t) \times r_3(t))) = ? \quad (\text{i})$$
$$\frac{d}{dt} (r_1(t) \times r_2(t)) = ? \quad (\text{ii})$$

۱۹. ثابت کنید اگر $r(t) \neq 0$

$$\frac{d}{dt} |r(t)| = \frac{1}{|r(t)|} r(t) \cdot r'(t).$$

۲۰. طول منحنی $r(t) = at^2 i + btj + 3 \ln tk$ را بر حسب انتگرال معین بیان کنید. اگر $b^2 = 4ac$ ، طول قوس $r(t)$ چقدر است.