

# کنترل خطی

## جلسه ششم

استاد: اصفهانیان

رشته: کارشناسی ارشد مکترونیک

دانشگاه: آزاد واحد کاشان

تهیه و تنظیم: ابراهیم شهنازی

## سرفصل مطالب

۸	حالت اول ( اضافه کردن قطب	۴	(۳) زمان اوج (tp)	۲	دستورات نرم افزار متلب
۹	حالت دوم ( اضافه کردن صفر	۴	(۴) ماکزیمم فراجش (mp)	۲	(۱) رسم پاسخ پله
۱۰	نوع سیستم و خطای حالت ماندگار (type)	۴	(۵) زمان نشست (ts)	۲	(۲) رسم پاسخ ضربه
۱۰	خطای حالت ماندگار	۷	تعریف صفر و قطب سیستم	۲	(۳) رسم پاسخ به هر ورودی دلخواه
۱۰	برای سیتیم های با فید بک منفی واحد	۷	قطب های غالب	۳	مشخصات پاسخ پله گذاری سیستم مرتبه دوم
۱۱	ج ( ورودی سهمی	۸	اثر اضافه کردن صفر و قطب غالب	۳	(۱) زمان تاخیر (td)
		۸	دستورات نرم افزار متلب	۳	(۲) زمان صعود (tr)

دستورات نرم افزار متلب :

STEP(A, B)

نزدیک نزدیک به خروجی - نزدیک نزدیک به ورودی

(۱) رسم پاسخ پله :

impz(A, B)

(۲) رسم پاسخ ضربه :

lsim(A, B, u, t)

توجه به ورودی و خروجی

(۳) رسم پاسخ به هر ورودی دلخواه :

u = sin t

مثال ۱) مقدار بازه مقابل را رسم کنید.

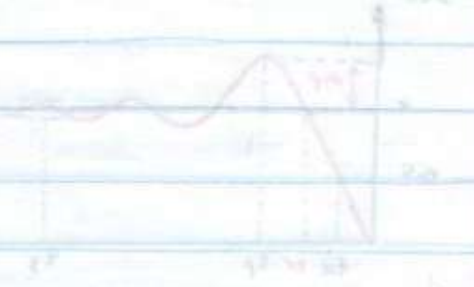
t = 0:0.01:100;

u = sin t

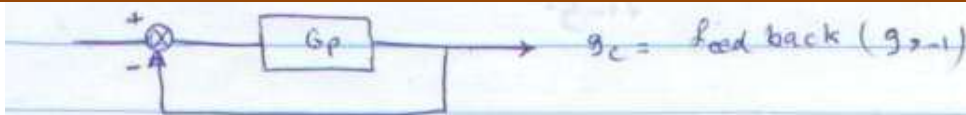
A = ---

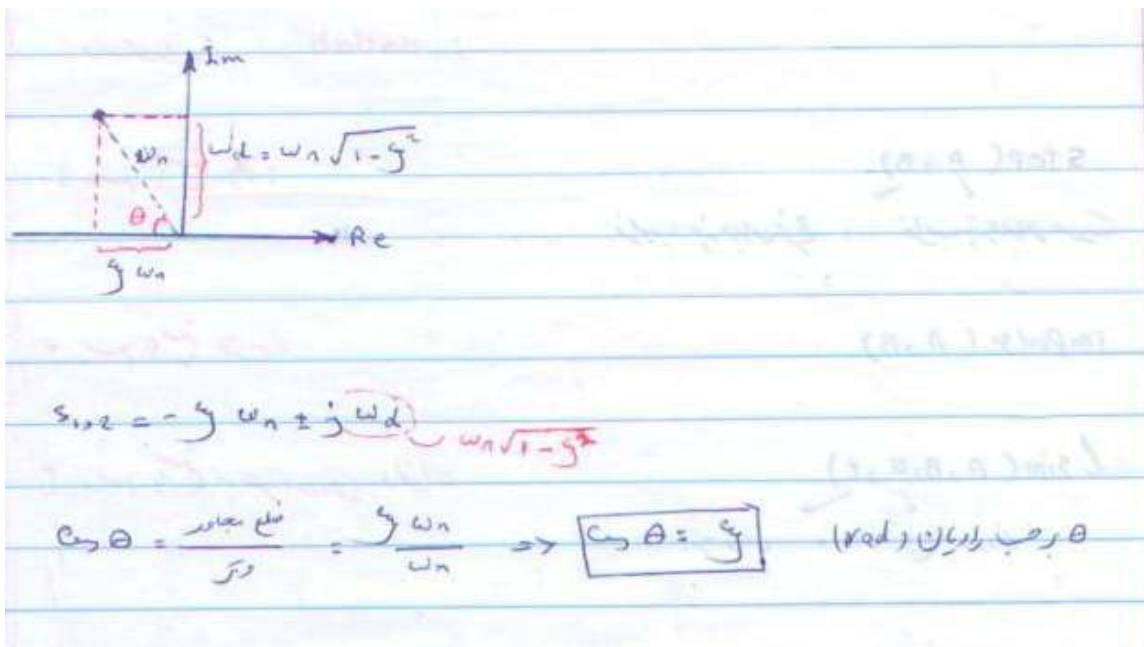
B = ---

lsim(A, B, u, t)

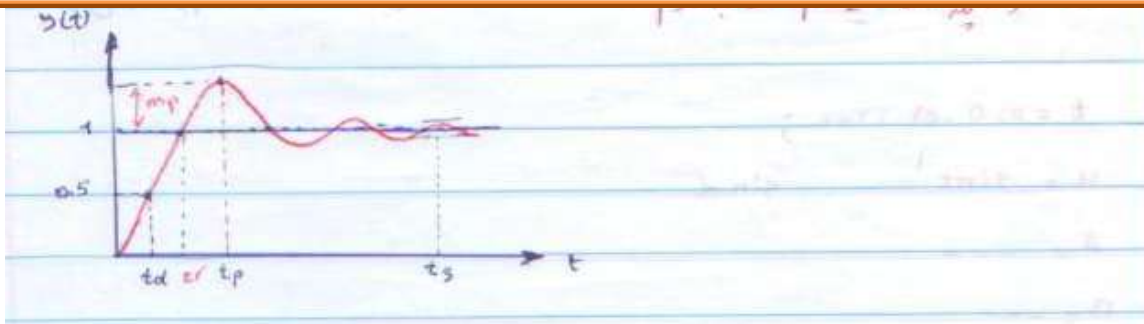


دستورات نرم افزار متلب :





مشخصات پاسخ پله گذاری سیستم مرتبه دوم:



(۱) زمان تاخیر (td)

زمانی که اولین بار پاسخ سیستم به نصف مقدار مقادیر خود می‌رسد.

$y(t) = 1 - e^{-\zeta \omega_n t} \left( \cos \omega_d t + \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin \omega_d t \right)$  (نابالابسته)

(۲) زمان صعود (tr)

زمانی که پاسخ سیستم برای اولین بار به مقدار مقادیر خود می‌رسد.

$t_r = \frac{\pi - \theta}{\omega_d}$        $\theta = \arctan\left(\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}\right)$        $\theta \rightarrow \text{rad}$

(۳) زمان اوج (tp)

زمانی است که پاسخ سیستم به اولین نقطه اوج خود برسد.  
همیشه مشتق نقطه اوج و افت برابر منفی باشد.  
نقطه این دگرگونی را به عنوان مشتق بگیریم زمان اوج به دست خواهد آمد.

$$\frac{d y(t)}{dt} = 0 \rightarrow t_p = \frac{\pi}{\omega_d}$$

(۴) ماکزیمم فراجهش (mp)

ماکزیمم مقدار اوج تابع پاسخ از مقدارهای خود است.  
مقدار اول تابع را که از مقدار نقطه اوج است به دست می آوریم و از مقدار ماکزیمم سیستم

$$\%MP = \frac{y(t_p) - y_{ss}}{y_{ss}} \times 100 = e^{-\frac{\pi \zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$

(۵) زمان نشست (ts)

زمانی که پاسخ سیستم در حیطه 2% یا 5% به مقدارهای خود برسد

2% حیطه  $t_s = \frac{4}{\zeta \omega_n}$

5% حیطه  $t_s = \frac{3}{\zeta \omega_n}$

فرکانس  $0 < \zeta < 1$  باشد سیستم پایداری شده و تغییر به صورت میرا در می آید  
و اثر معنی میرا بر وجود آید این  $\zeta$  سگاری را می توان نوشت

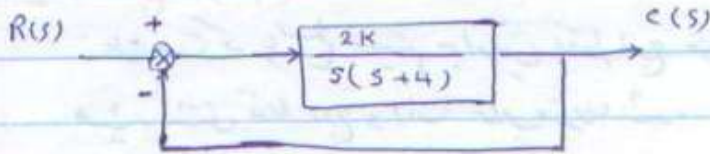
$\zeta \uparrow \rightarrow t_r \uparrow, t_s \downarrow, MP \downarrow$

$0.4 < \zeta < 0.8$

$\zeta = 0 \rightarrow MP = 100\%$

$\zeta \geq 1 \Rightarrow MP = 0$  بسته به حالت

مثال ۲



برای سیستم فوق در خروجی میخوایم ترازش مجاز نباشد. مقدار  $K$  را طوری تعیین کنیم که پاسخ سیستم حالت نهمین وارد شده باشد.  
 با این مقدار  $K$  زمان نشست با ضرایب ۲ چه مقدار خواهد بود.

سرعتیترین پاسخ  $\zeta = 1$   $\rightarrow$   $\zeta = 0$   $\rightarrow$   $\zeta = 1$   $\rightarrow$   $\zeta = 1$   $\rightarrow$   $\zeta = 1$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\frac{2K}{s(s+4)}}{1 + \frac{2K}{s(s+4)}} = \frac{2K}{s^2 + 4s + 2K}$$

$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2\zeta\omega_n = 4 \xrightarrow{\zeta=1} 2\omega_n = 4 \Rightarrow \omega_n = 2 \\ \omega_n^2 = 2K \xrightarrow{\omega_n=2} 2K = 4 \Rightarrow K = 2 \end{cases}$$

$$t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n} = \frac{4}{1 \times 2} \Rightarrow t_s = 2 \text{ sec}$$

مثال ۳) ریشه های یک سیستم مرتبه دوم در کجای صفحه مختلط باشند تا فرا جهش آن سیستم کمتر از ۱۰٪ و زمان نشست آن با خطای ۲٪ کمتر از یک ثانیه باشد؟

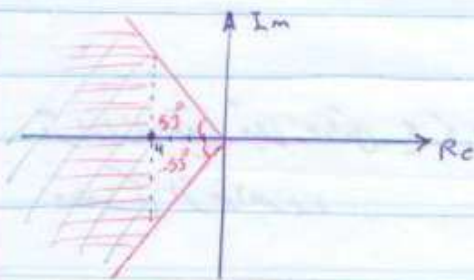
$$MP < 10\% \Rightarrow MP < 0.10 \Rightarrow e^{\frac{-\zeta \omega_n}{\sqrt{1-\zeta^2}}} < 0.1$$

$$\xrightarrow{\text{Ln}} \frac{-\zeta \omega_n}{\sqrt{1-\zeta^2}} < \text{Ln} 0.1 \xrightarrow{\times \sqrt{1-\zeta^2}} -\zeta \omega_n < -2.3 \sqrt{1-\zeta^2}$$

$$\xrightarrow{\text{مربع کردن}} (-\zeta \omega_n)^2 < (-2.3)^2 \times (1-\zeta^2) \Rightarrow \boxed{\zeta > 0.6}$$

$$\zeta^{-1} \omega_n < \zeta^{-1} 0.6 \Rightarrow \omega_n < 0.6 \zeta^{-1}$$

دوره  $\omega_n$  تا بزرگ باشد  $\zeta^{-1}$   $\zeta$  کوچک شود.



$$t_s < 1 \text{ sec} \Rightarrow \frac{4}{\zeta \omega_n} < 1 \Rightarrow \zeta \omega_n > 4$$

بر موب با سرعت ها شود فزوده که نزدیک به ۴.

تعریف صفر و قطب سیستم :

صفر : ریشه های معادله صورت تابع تبدیل (z)

قطب : ریشه های معادله مخرج تابع تبدیل (p)

قطب های غالب : آن دسته از قطب های سیستم که بیشترین اثر را بر پاسخ دارند. ( قطب های نزدیک به محور )

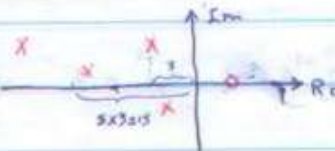
دستورات نرم افزار متلب :

zero (g)

pole (g)

pZ map (g)

برای نمایش دستورات متلب در این جا میزنیم



برای نمایش دستورات متلب در این جا میزنیم  
 قطب کم اثر خواهد بود

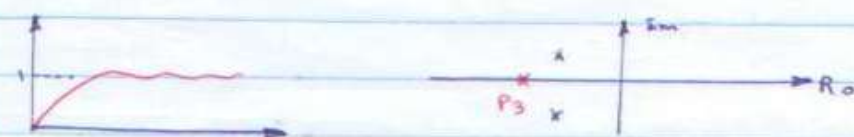
اثر اضافه کردن صفر و قطب غالب:

$$\frac{(s+3)(s+1)}{s^2+4s+1(s+2)}$$

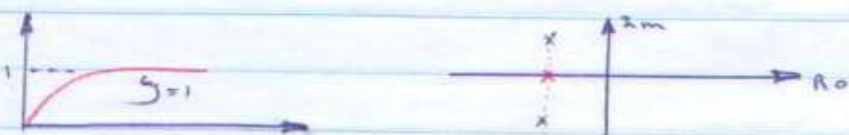
حالت اول (اضافه کردن قطب):



در حالت قطب به نسبت راست مقدار فرکانس چرخش کم می شود.



در ترکیب شدن قطب با صفر مختلف فرکانس کم می شود و فرکانس آن خواهد بود.



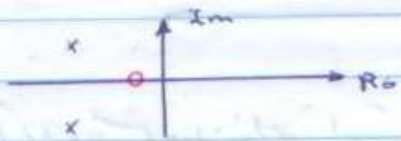
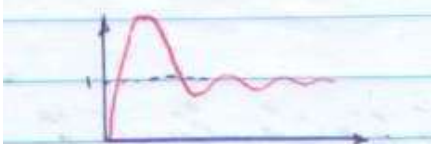
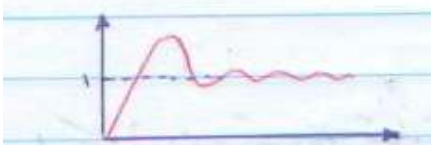
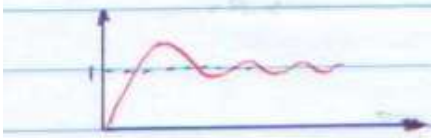
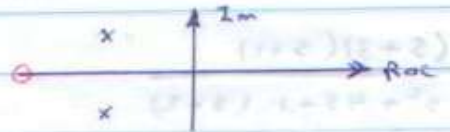
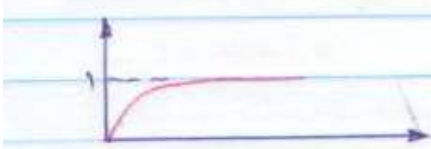
هر قطب و صفر در قسمت حقیقی قطب با صفر قرار گیرد، پهنای باند فرکانس است. بین حالت میرا و غیر میرا.



هر قطب به نسبت راست قطب با صفر قرار گیرد، پهنای باند فرکانس کم می شود و فرکانس میرا خواهد بود.

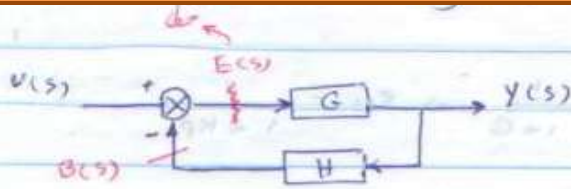


حالت دوم ( اضافه کردن صفر :



امانت کردن صفر فراموش سیستم را تغییر داده و یک زمان صعود و کاهش در آن  
 عقب نزدیک به صفر است حذف فراموشی شود  
 منفر ... فراموشی زیاد خواهد شد و در عوض پاسخ را سریع تر کند.

نوع سیستم و خطای حالت ماندگار (type)



$$\text{مقدار بهره} = \frac{G}{1+GH}$$

$$\text{نوع سیستم} = GH$$

$$GH = \frac{K(s+z_1)(s+z_2) \dots}{s^N(s+p_1)(s+p_2) \dots}$$

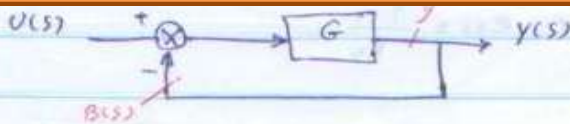
نوع سیستم را از  $s^N$  مشخص می‌کنیم

خطای حالت ماندگار:

$$e(t) = u(t) - b(t) \Rightarrow E(s) = U(s) - B(s)$$

$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) \xrightarrow{\text{قضیه خازن}} e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s E(s)$$

برای سیستم‌های با فید بک منفی واحد:



$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s [U(s) - y(s)] \xrightarrow{\text{نکته: } U(s)} \lim_{s \rightarrow 0} s U(s) \left[ 1 - \frac{y(s)}{U(s)} \right]$$

نوع بهره سیستم

$$= \lim_{s \rightarrow 0} s U(s) \left[ 1 - \frac{G}{1+G} \right] \Rightarrow e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s U(s) \left[ \frac{1}{1+G} \right]$$

تقریباً واحد:  $H=1$

ج) ورودی سهمی:

$$k \rightarrow U(s) = \frac{2}{s^2} \rightarrow e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{2}{s^2} \times \frac{1}{1+G} \Rightarrow e_{ss} = \frac{2}{K_a}$$

$$K_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 G$$

نسبت مقادیر ثابت

Type = 0 or 1  $\Rightarrow K_a = 0 \Rightarrow e_{ss} = \infty$

Type = 2  $\Rightarrow K_a = \text{مقدار ثابت} \Rightarrow e_{ss} = \frac{2}{K_a}$

Type = 3 or  $\infty \Rightarrow K_a = \infty \Rightarrow e_{ss} = 0$

جمع بندی:

Type	$\frac{1}{1+K_P}$	$\frac{1}{K_V}$	$\frac{2}{K_a}$
N=0	$\frac{1}{1+K_P}$	$\infty$	$\infty$
N=1	0	$\frac{1}{K_V}$	0
N=2	0	0	$\frac{2}{K_a}$
N=3	0	0	0
...	0	0	0