

Subject:

Year: Month: Day: ()

page: ()

کتابخانه - شماره - ۹۶

کتابخانه شماره ۲

۱. مباحث کلی احزاب محدود / دکتر حاجی

۲. روش اعلال محدود / دکتر طاهری

۳. روش اعلال محدود / دکتر عابدی

۴. روش اعلال محدود Zeike with

۵. روش اعلال محدود / تلفظ ۳

۶. مباحث اتم ۵

۷. مباحث اتم ۱۲

۸. فصل ۲: ۷۰۵۶۷

۹ - ۱۰ - ۱۱ - ۱۲

page: ()

Subject:

Year: Month: Day: ()

5

10

15

20

25

Soroush

Subject:

Year: Month: Day: ()

معماری و طراحی

صفحه: ()

بارگذاری : ۱. بار نقطه ای

۲. بار موزون

بارگذاری : ۳. بار موزون در سطح

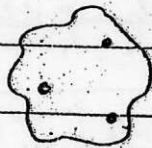
$$\delta = E \cdot \epsilon$$

$$\epsilon_0 = \frac{\Delta x}{L}$$

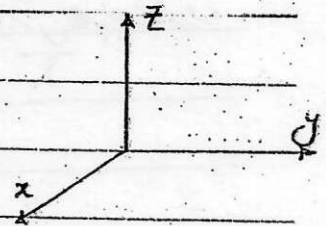
10

احصای بارهای

(3D)

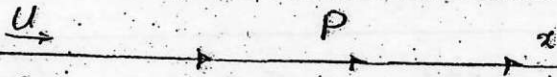


$$u = u(x, y, z)$$



15

احصای بارهای نقطه ای از x هستند



انواع بارها و اجزاء:

20

۱. بار ریاضی : بار نقطه ای در یک نقطه از x و y و z، و بارهای ریاضی در یک ناحیه از x و y و z.

۲. بار موزون : بار موزون در یک ناحیه از x و y و z.

25

☐	☐
☐	☐

۳. بار طبیعی : بار طبیعی در یک ناحیه از x و y و z.

مقاله ریاضی → حل شود → مقاله u

رابطه $f(u, u', x, y, z) = 0$

$f(y^x, y^{x-1}, \dots, y, x) = 0$

رابطه بین متغیرها

چون رابطه بین متغیرها است، پس معادله ریاضی معکوس می‌گردد

در این جا جایابی در سطح جسم را در نظر بگیریم. با استفاده از روش میدان انرژی می‌توانیم

در ابعاد مسائل میدان ای: متغیر میدان یا متغیر سیستم - جایابی میدان

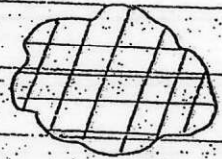


حل شود ریاضی

حل متغیرهای عددی

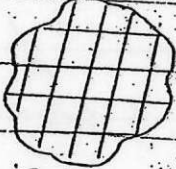
F.F.M

روش اتمال محدود



پرسش و پاسخ های محلی

مجموعه متغیرهای محلی



تغییر مکان

$u = u(x, y, z)$

محور x → محور y → محور z

متغیر میدان

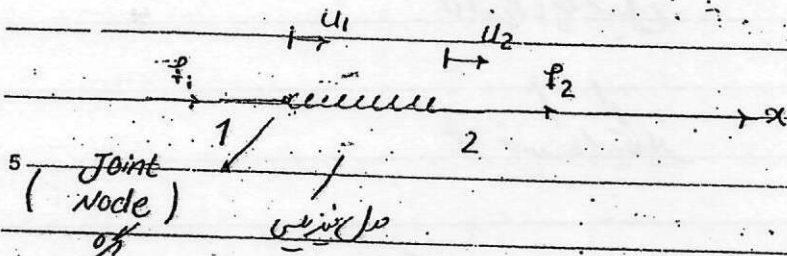
Subject:

Year: Month: Day: ()

فازلیس شخصیات و اعلیٰ قدرتی

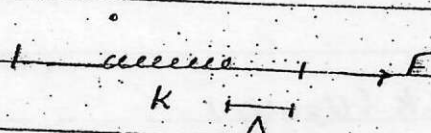
page: () فصل ۲

نقطه ایمانی که تها در یک بعد جایابی دارد و سازه در آن ایستاده است.



$$\Delta = u_2 - u_1$$

$$F = k(u_2 - u_1)$$



$$F = k \cdot \Delta$$

مقاومت در نقطه اتصال بین دو تال تکیه - در تال تکیه های وارده را تکیه کند.

نقطه ای که تال تکیه جایابی (نقطه ای که تال تکیه در آن قرار دارد).

تال تکیه های طرایی - مقاومت - تکیه - پایدار

پایدار (تال تکیه های طرایی) از بین رفتن پایدار می شود. (حالی پایدار می شود که تال تکیه در آن قرار دارد).

تکیه ای که تال تکیه جایابی تکیه

در یک سیستم مکانیکی دو درجه آزادی (۱) تعادل - و (۲) از روی تعادل دارد.

(۲) از روی تعادل

(۱) قفسه را متحرک

* با یکدیگر تعادل و تعادل محوری است.

$$F_1 + F_2 = 0$$

$$F_1 = -F_2$$

در تعادل ۸

$$F_1 = k u_1 - k u_2$$

$$F_2 = k u_2 - k u_1$$

$$یا \quad F_2 = k(u_2 - u_1) \Rightarrow F_1 = -k(u_2 - u_1)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} F_1 = k(u_1 - u_2) \\ F_2 = k(u_2 - u_1) \end{cases} \equiv \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

↓ ↓ ↓
ماتریس ماتریس بردار

(تغییر مکان)

در یک تغییر مکان در هر دو درجه آزادی که تمام تغییر مکان های سیستم را مورد دارد.

$$\begin{bmatrix} k \end{bmatrix}_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} k_{11} & -k_{12} \\ -k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} = k_{22}$$

ماتریس سختی

Subject:

Year: Month: Day: ()

page: ()

$$f = k \cdot u \quad ?$$

↓ ↓
درجه تغییر مکان جابجایی

$$f_n = k_n \times u_n$$

$$k_n^{-1} \cdot f_n = k_n^{-1} \cdot k_n \cdot u_n$$

$$= I_n \cdot u_n$$

$$k_n^{-1} \cdot f_n = u_n$$

* خاصیت ماتریس معکوس این است که اگر در آن ضرب کنیم حاصل یک می شود.

$$A_{n \times n} \Rightarrow A^{-1} \times A = I$$

15

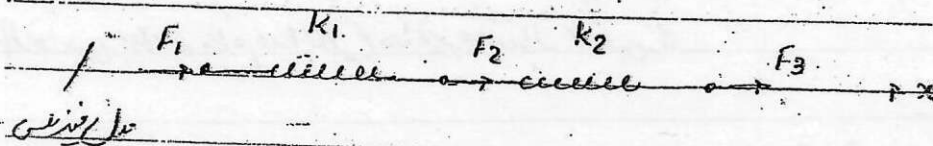
$$\frac{5}{3} \times \frac{3}{5} = 1$$

$$\left(\begin{array}{l} f = k \cdot u \rightarrow \\ k^{-1} \cdot f = k^{-1} \cdot k \cdot u \\ \rightarrow I u \rightarrow k^{-1} f = u \end{array} \right)$$

$$\tilde{I}_{n \times n} \times \tilde{A}_{n \times n} = \tilde{A}$$

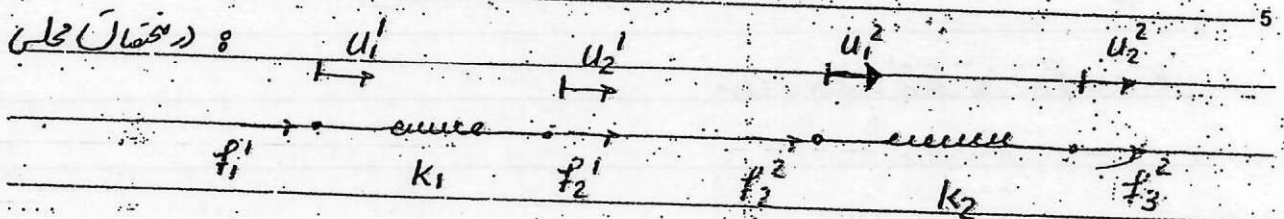
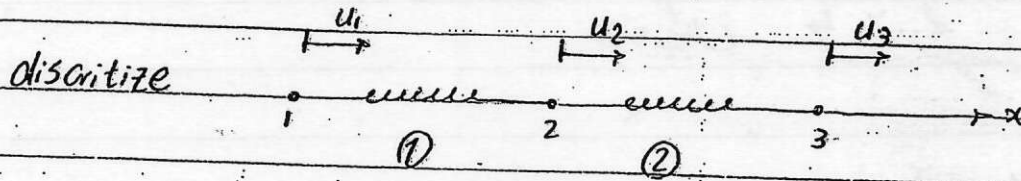
20

فرکانس ماتریس معکوس می باشد



25

تبدیل سیستم به مدل ریاضی



1. مدل ریاضی بخش اول

$$\begin{bmatrix} \dot{f}_1' \\ \dot{f}_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 \\ -k_1 & k_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1' \\ u_2' \end{bmatrix}$$

2. مدل ریاضی بخش دوم

$$\begin{bmatrix} \dot{f}_2^2 \\ \dot{f}_3^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1^2 \\ u_2^2 \end{bmatrix}$$

3. اطلاعات مورد نیاز

$$u_1^1 = u_1$$

$$u_1^2 = u_2^1 = u_2$$

$$u_2^2 = u_3$$

برای نوشتن روابط بین ورودی و خروجی هر یک از بخش‌ها

$$\begin{bmatrix} f_1' \\ f_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 \\ -k_1 & k_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

Subject:

Year: Month: Day: ()

page: ()

$$\begin{bmatrix} p_2^2 \\ p_3^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} 5 \\ 10 \end{matrix} \begin{matrix} \textcircled{3} \\ \textcircled{1} \end{matrix} \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 \\ -k_1 & k_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_1^1 \\ p_2^1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} 10 \\ 15 \end{matrix} \begin{matrix} \textcircled{1} \\ \textcircled{2} \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k_2 & -k_2 \\ 0 & -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ p_2^2 \\ p_3^2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} 15 \end{matrix} \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 \\ -k_1 & k_1+k_2 & -k_2 \\ 0 & -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} F_1 = p_1^1 \\ F_2 = p_2^1 + p_2^2 \\ F_3 = p_3^2 \end{cases}$$

$$KU = F$$

$$\underline{U} = \underline{K}^{-1} \cdot \underline{F}$$

محل را می توانیم

exp: $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

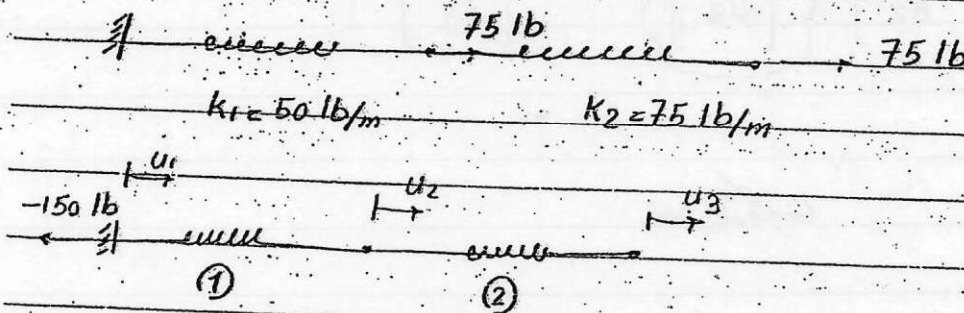
$\det B = 1 \times \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}$

$\downarrow$
 $5 \times 0 - (6 \times 1)$ $4 \times 0 + 6 \times 1$

$\det B = 3 \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} - 6 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} + 0$

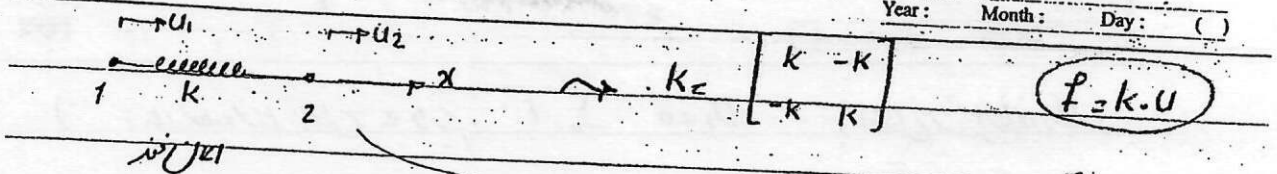
ماتریس B را به صورت $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ در نظر بگیرید.
 ماتریس B را به صورت $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ در نظر بگیرید.
 فرض کنید B را به صورت $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ در نظر بگیرید.

exp-15: u_1, u_2, u_3 را به صورت u_1, u_2, u_3 در نظر بگیرید.



$$\begin{bmatrix} 50 & -50 & 0 \\ -50 & 125 & -75 \\ 0 & -75 & 75 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ 75 \\ 75 \end{bmatrix}$$

A X B



در این شکل

معادله ریاضی حکم در روش المان

5
(* المان هر دو را می توان جمع کرد و ما این assemble نام می دهیم و می توانیم در د.)

(* المان ها در سه تال جای می گیرند و می توانیم این را به هم وصل کنیم و می توانیم در د.)

$$\begin{bmatrix} f_1^1 \\ f_2^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3k & -3k \\ -3k & 3k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1^1 \\ u_2^1 \end{bmatrix}$$

المان 1

$$\begin{bmatrix} f_1^2 \\ f_2^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2k & -2k \\ -2k & 2k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_2^2 \\ u_3^2 \end{bmatrix}$$

المان 2

$$\begin{bmatrix} f_1^3 \\ f_2^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_3^3 \\ u_4^3 \end{bmatrix}$$

15

المان 3
 $u_i \rightarrow u_j$

20

$$\left. \begin{array}{l} u_2^1 = u_2^2 = u_2 \\ u_3^2 = u_3^3 = u_3 \end{array} \right\} \text{در این تال ها}$$

25

Subject:

Year: Month: Day: ()

page: ()

(زیرا در شرط اول داریم) $u_1 = 0$ اعمال رابطه داری

$$\begin{bmatrix} 125 & -75 \\ -75 & 75 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 75 \\ 75 \end{bmatrix}$$

رابطه داری

$$u_2 = 3m$$

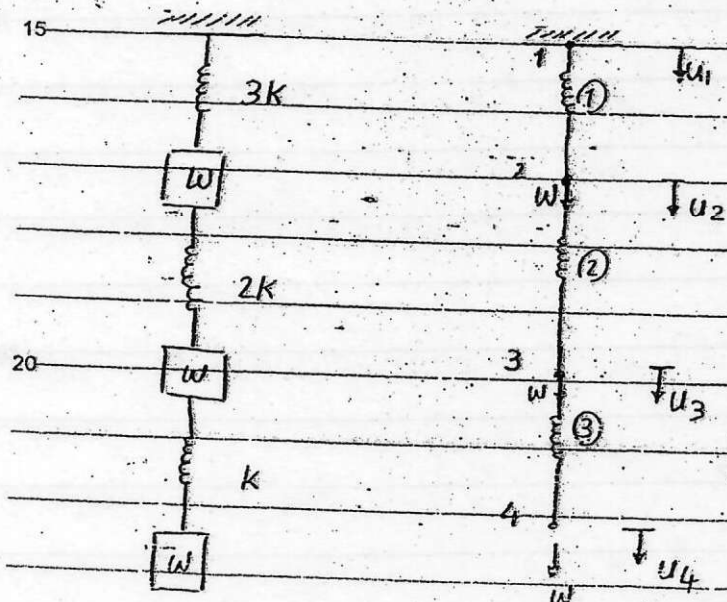
$$u_3 = 4m$$

$$F_1 = 50 \times u_1 - 50 \times u_2 + 0 \times u_3 = -150$$

10

* در هر مسئله ابتدا معادله دینامیک را بنویسید و بعد معادله () را بنویسید و رابطه داری

exp: با جایگذاری هر دو رابطه داری



اعمال رابطه داری

25

16) هفت درجه آزادی 2x2 است. (در این مسئله ما به دنبال یافتن نیروهای داخلی هستیم) با 20 درجه آزادی
از جابجاییها که باقی میماند 2x2 را به 20x2 تبدیل میکنیم.

$$\underline{F} = \underline{k} \cdot \underline{U}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} F_1 \\ W \\ W \\ W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3k & -3k & 0 & 0 \\ -3k & 5k & -2k & 0 \\ 0 & -2k & 3k & -k \\ 0 & 0 & -k & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix}$$

معادله یکم را حذف میکنیم

$$F_1 = F_1$$

$$F_1^2 + F_2^1 = W = F_2$$

$$F_2^2 + F_1^3 = W = F_3$$

$$F_2^3 = W = F_4$$

15) نکته 3: در معادله 2 مجهول داریم. پس باید از اصل 1 و اصل 2 استفاده کنیم. معادلات ما هستند: هر دو را با هم جمع میکنیم و از آنجا که در معادله 2 مجهول داریم، باید از اصل 1 و اصل 2 استفاده کنیم. (در اینجا ما به دنبال یافتن نیروهای داخلی هستیم)

$$\xrightarrow{\text{اصل 1 و اصل 2}} \begin{bmatrix} W \\ W \\ W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5k & -2k & 0 \\ -2k & 3k & -k \\ 0 & -k & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix}$$

$$\text{حل} \quad U_2 = W/k, \quad U_3 = 2W/k, \quad U_4 = 3W/k$$

Subject:

Year: Month: Day: ()

page: ()

(این 4 صفحه دارای 4 معادله تیر داره.)

$$\begin{bmatrix} f_1^1 \\ f_2^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ① \\ k \\ \sim \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

5

$$\begin{bmatrix} f_1^2 \\ f_2^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ② \\ k \\ \sim \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}$$

این 4x4 داریم که در اینجا نوشت
 پس ما 4x4 را در اینجا می بینیم که نوشت
 ما 4x4 داریم.

⇒

$$\begin{bmatrix} f_1^3 \\ f_2^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ③ \\ k \\ \sim \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_3 \\ u_4 \end{bmatrix}$$

10

$$\begin{bmatrix} f_1^1 \\ f_2^1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3K & -3K & 0 & 0 \\ -3K & 3K & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix}$$

15

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ f_1^2 \\ f_2^2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2K & -2K & 0 \\ 0 & -2K & 2K & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix}$$

⇒ Assembly

20

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ f_1^3 \\ f_2^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K & -K \\ 0 & 0 & -K & K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix}$$

25

Soroush

Subject:

Year: Month: Day: ()

page: ()

* $F_1 = 3K \times U_1 - 3K \times U_2 + 0 \times U_3 + 0 \times U_4$

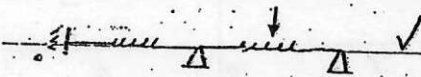
(در سطح معادلات قبل از بارها)
 $F_1 = -3K \times \frac{W}{K} = -3W$
 (در سطح درجه آزادی)

5

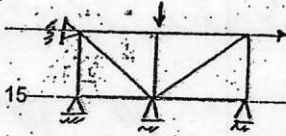
(تغییر شکل هادی معکوس) - خلال بار از قفس - معکوس قرار هادی معکوس مانند قفس

(تغییر شکل و تغییر در سطح معکوس) از خلال بار از قفس استوار

10



(هر چه سازه ناعین است قابل حل در خواص برآیند) هم بار در سطح معکوس مانند قفس



قفس مانند عضو هادی از سطح معکوس با بار در قفس معکوس
 تنها محل معکوس

(سازه درین ابعاد سازه) قفس استوار بر آیین معکوس. سازه معکوس با بار قابل بار معکوس، سطح و ...

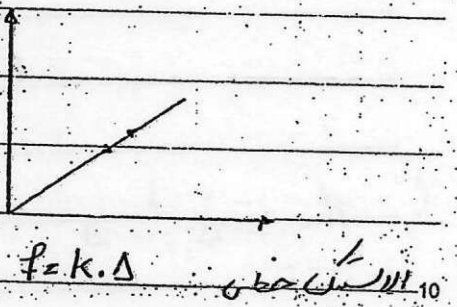
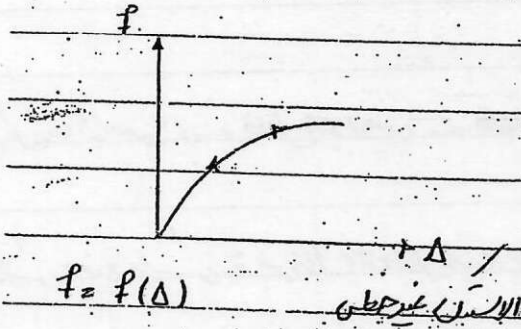
20

25

امکان فیلد الاستیک

سیستم الاستیک و بارگذاری تغییر شکل (مثلاً) آن کمتر تغییر نمی‌دهد. نمودار تغییر شکل خاص

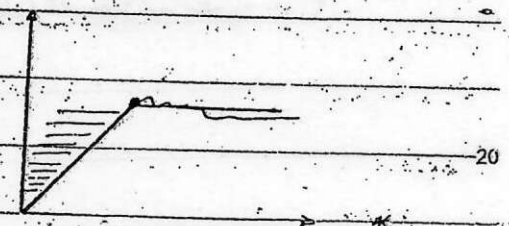
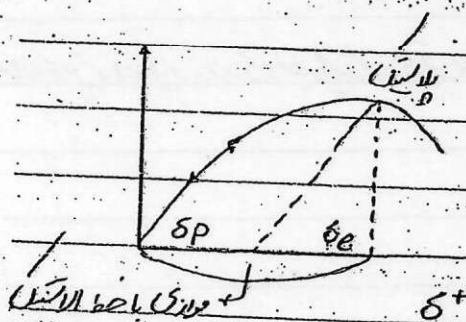
نیروی افزایش تغییر شکل افزایش



بارگذاری افزایش بار تغییر شکل به حالت اولیه با افزایش می‌یابد

از برای کرنش رخ داده شدن و تغییر شکل

از برای تغییر شکل و الاستیک و بارگذاری تغییر شکل به حالت اولیه و الاستیک



نقطه درستی سخت رفتار تغییر شکل بارها را اغلب بپذیرد بالا اند که بارهای خاصی کار می‌دهد اول نمودار را خطی در نظر می‌گیرند و بعد در

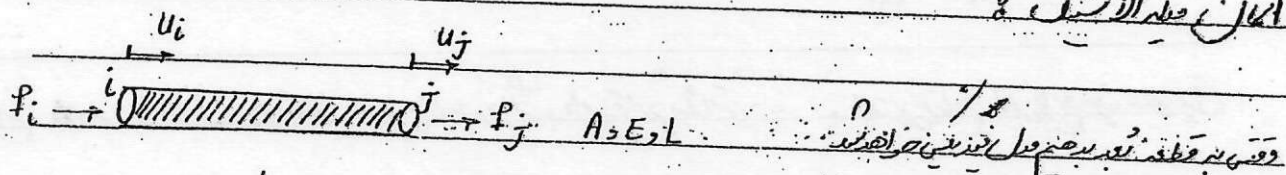
رفتار تغییر شکل ها را در حالت انعطاف پذیر

Subject:

Year: Month: Day: ()

page: ()

الحال: ضلع الاستر



تفاوت با حال فقره ۸ تفاوت رفتار الاستر ضلع با نسبی برای هر نقطه که آن تغییر مکان داشته باشد و اگر در یک تغییر مکان باشد

با تغییر متفاوت است اما (رغبت شما تغییر مکان در ابتدا و انتهای آن) در هر دو حالت

تفاوت

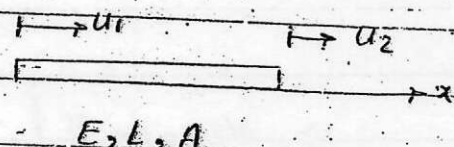
$u = u(x)$

$$10 \quad u(x) = N_1 u_i + N_2 u_j$$

$$u(x) = N_1(x) u_i + N_2(x) u_j \quad \left| \quad \begin{matrix} N_1, N_2 \\ \text{شکل سطح} \\ \text{shape function} \end{matrix} \right.$$

15

تسین روی اول: فصل دوم ۱، ۲، ۵، ۷



20

$$u(x) = N_1(x) u_i + N_2(x) u_j$$

شکل سطح

shape function

$$25 \quad u = u(x) = N_1 \cdot u_1 + N_2 \cdot u_2 = \begin{bmatrix} N_1(x) & N_2(x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

N

$$U(x) = \frac{N_1(x)}{L} + \frac{N_2(x)}{L} \quad x \in [0, L]$$

تابع N_1 و N_2 ... (در اینجا هر دو تابع را می‌توانیم به صورت N_1 و N_2 در نظر بگیریم). ...

$$\begin{cases} N_1(0) = 1 \\ N_1(L) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} N_2(0) = 0 \\ N_2(L) = 1 \end{cases}$$

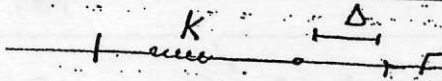
$$\begin{aligned} N_1(x) &= a_0 + a_1 x \\ N_1(0) = 1 &= a_0 + a_1 \cdot 0 \rightarrow a_0 = 1 \\ N_1(L) = 0 &= a_0 + a_1 L \rightarrow a_1 = -\frac{1}{L} \end{aligned} \Rightarrow N_1(x) = 1 - \frac{x}{L}$$

$$N_2(x) = a_0 + a_1 x$$

$$\begin{aligned} N_2(0) = 0 &= a_0 + a_1 \cdot 0 \rightarrow a_0 = 0 \\ N_2(L) = 1 &= a_0 + a_1 L \rightarrow a_1 = \frac{1}{L} \end{aligned} \Rightarrow N_2(x) = \frac{x}{L}$$

$$N_2(L) = 1 \rightarrow a_1 L = 1 \rightarrow a_1 = \frac{1}{L}$$

$$U(x) = \left(1 - \frac{x}{L}\right) u_1 + \frac{x}{L} u_2$$



نقشه

$$K = \frac{EA}{L}$$

$$F = K \cdot \Delta$$

$$U(x) = \tilde{N} \cdot \tilde{U} = [N] \{U\} = \left[\frac{1-x}{L} \quad \frac{x}{L} \right] \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

نقشه

$$\epsilon = \frac{du}{dx} (\tilde{N} \cdot \tilde{U}) = \frac{d\tilde{N}}{dx} \tilde{U} = \frac{d\tilde{N}}{dx} \frac{du}{dx} \tilde{N}$$

مشتق از $\tilde{N}$ نسبت به x و $\tilde{U}$ را در نظر بگیریم. $\tilde{N}$ یک تابع خطی است و مشتق آن یک عدد ثابت است.

$$\epsilon = \left[-\frac{1}{L} \quad \frac{1}{L} \right] \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

$$\epsilon = -\frac{u_1}{L} + \frac{u_2}{L} = \frac{u_2 - u_1}{L}$$

$$\epsilon = \frac{d\tilde{N}}{dx} \cdot \tilde{U} = \left[-\frac{1}{L} \quad \frac{1}{L} \right] \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{\delta}} = E \cdot \epsilon = E \left[-\frac{1}{L} \quad \frac{1}{L} \right] \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

$$P = \sigma \cdot A \Rightarrow EA \left[-\frac{1}{L} \quad \frac{1}{L} \right] \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \rightarrow P = EA \frac{u_2 - u_1}{L}$$

$$\delta = \frac{PL}{EA}$$

$$P = \frac{EA}{L} \delta \Rightarrow F = K \cdot \Delta$$

Subject:

Year: Month: Day: ()

page: ()

این مثال تابع 2 درجه ای است که در دو درجه اولی داریم. اطلاعات آن 2 درجه ای است. پس با این تابع می توانیم

که در هر سطح را از ضرایب و ضرایب 2 درجه ای داریم با این تابع درجه 1 انتخاب کنیم. از جانب 3 درجه داریم با این تابع درجه

5

12 انتخاب کنیم و ...

فرم کلی

$$U = N \cdot u = [N] \{u\}$$

$$U(x) = \begin{bmatrix} 1 - \frac{x}{L} & \frac{x}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{N_1} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{N_2}$

10

$$U(x) = \frac{(1-x)}{L} u_1 + \frac{x}{L} u_2$$

$[N]$ = shape function = shape Matrix

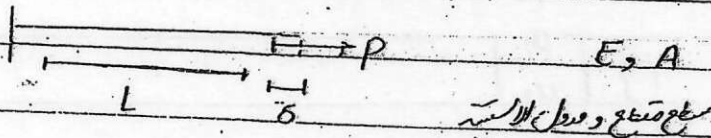
15

 N_1, N_2

تابع درجه ای

این تابع می تواند به صورت

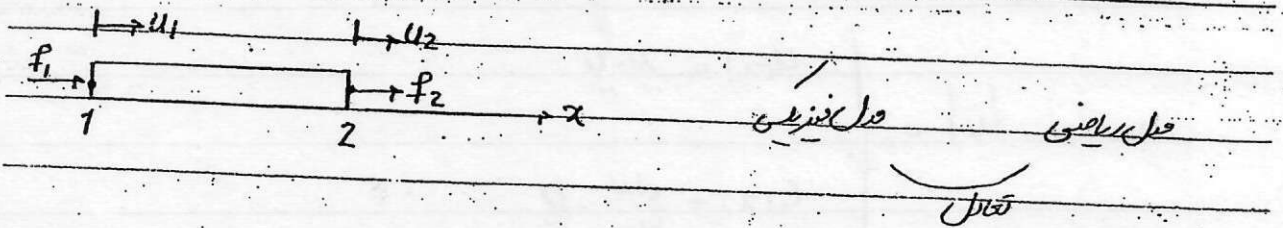
20



$$\delta = \frac{PL}{EA}$$

$$P = \frac{EA}{L} \delta$$

25



$$U(x) = N_1(x) \cdot u_1 + N_2(x) \cdot u_2 \quad \text{که می‌توانیم}$$

$$U(x) = \begin{bmatrix} 1-x & x \\ L & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

تعیین

$$U(x) = \frac{(1-x)}{L} u_1 + \frac{x}{L} u_2 = N \cdot U$$

$$E = \frac{du}{dx} = \frac{d}{dx} (N \cdot U) = \frac{dN}{dx} \cdot U + \frac{dU}{dx} \cdot N$$

$$N = \begin{bmatrix} 1-x & x \\ L & L \end{bmatrix} ; U = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \rightarrow \text{مستقیم‌ترین حالت است و در این حالت تغییراتی ندارد.}$$

$$E(x) = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ L & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + 0$$

$$\frac{dN}{dx}$$

$$E(x) = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ L & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \frac{u_2 - u_1}{L}$$

$$\delta = E \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ L & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

$$P = \delta \cdot A \rightarrow P = EA \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ L & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

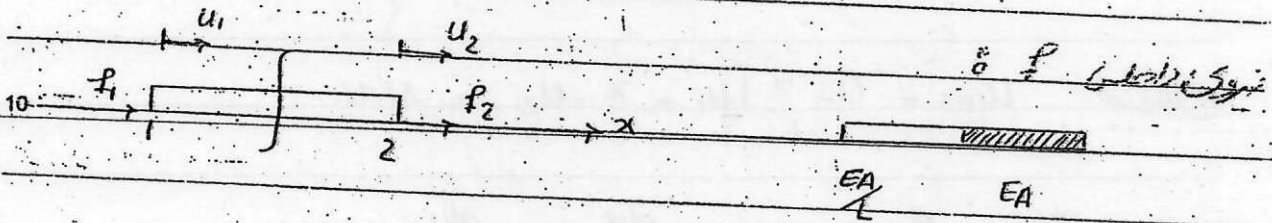
Soroush: این روش و نیروی درونی و تنش و تغییر شکل و تغییرات این و آن است.

Subject:

Year: Month: Day: ()

Page: ()

$$\begin{aligned}
 u_1, u_2 \quad \{u\} &= \begin{cases} u(x) = \frac{N}{L} \cdot u \\ E(x) = \frac{dN}{dx} \cdot u \\ \delta(x) = E \frac{dN}{dx} \cdot u = E \left[-\frac{1}{L} \quad \frac{1}{L} \right] \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \\ &= E \frac{(u_2 - u_1)}{L} \end{cases}
 \end{aligned}$$



$$F_2 = E \frac{(u_2 - u_1)}{L} \cdot A$$

$$① \quad F_1 + F_2 = 0$$

$$② \quad F_1 = -E \frac{(u_2 - u_1)}{L} \cdot A \quad F_2 = E \frac{(u_2 - u_1)}{L} \cdot A$$

$$\begin{cases} F_1 = -E \frac{(u_2 - u_1)}{L} \\ F_2 = E \frac{(u_2 - u_1)}{L} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_1 = \frac{EA}{L} u_1 - \frac{EA}{L} u_2 \\ F_2 = -\frac{EA}{L} u_1 + \frac{EA}{L} u_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & -\frac{EA}{L} \\ -\frac{EA}{L} & \frac{EA}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \underline{\underline{F = K \cdot U}}$$

بارهای داخلی

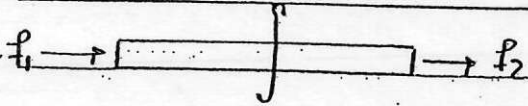
Soroush

بارهای داخلی و بارهای خارجی

Subject:

Year: Month: Day: ()

page: ()



$$P_1 + P_2 = 0$$

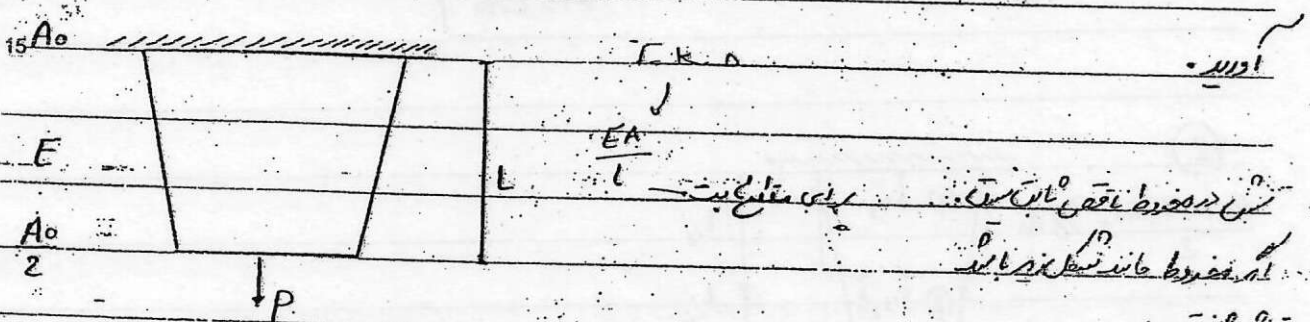
$$P_1 = -P_2$$

$$P = EA \left[-\frac{1}{L} \quad \frac{1}{L} \right] \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

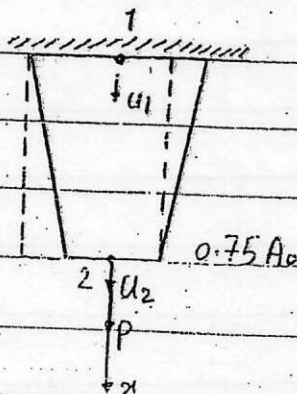
$$\begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} EA/L & -EA/L \\ -EA/L & EA/L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{P} = \tilde{K} \tilde{u}$$

exp: مدی الاستیک به طول \$L\$ داریم. نیروی محوری \$P\$ به این شکل اعمال می شود. جایابی انتهای مد را بدین



(1)



از مقطع \$A_0\$ و \$A_0/2\$ داریم سطح مقطع را بدین شکل

$$A = 0.75 A_0$$

در این حالت می توانیم به این شکل

$$\underline{\tilde{F}} = \underline{\tilde{K}} \cdot \underline{\tilde{U}}$$

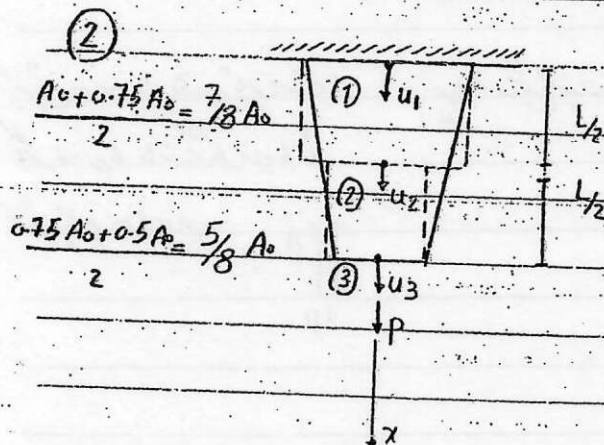
$$\begin{bmatrix} F_1' \\ F_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} EA/L & -EA/L \\ -EA/L & EA/L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1' \\ u_2' \end{bmatrix} \quad \text{ماتریس سفتی}$$

$$\text{در 8} \quad \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E \times 0.75 A & -E \times 0.75 A \\ -E \times 0.75 A & E \times 0.75 A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad \text{ماتریس سفتی}$$

$$\text{در 8} \quad u_1 = 0, \quad F_2 = P$$

$$P = \left[\frac{0.75 EA_0}{L} \right]_{1 \times 1} [u_2]$$

$$P = \frac{0.75 EA_0}{L} \cdot u_2 \rightarrow u_2 = \frac{PL}{0.75 EA_0}$$



$$K_1 = \frac{14 A_0 E}{8L}$$

$$K_2 = \frac{10 EA_0}{8L}$$

Subject:

Year: Month: Day: ()

~~7A0~~
41

page: ()

۱. گره ۱

$$\begin{bmatrix} f_1^1 \\ f_2^1 \end{bmatrix} = E \begin{bmatrix} \frac{14A_0}{8L} & -\frac{14A_0}{8L} \\ -\frac{14A_0}{8L} & \frac{14A_0}{8L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

5

۲. گره ۲

$$\begin{bmatrix} f_1^2 \\ f_2^2 \end{bmatrix} = E \begin{bmatrix} \frac{10A_0}{8L} & -\frac{10A_0}{8L} \\ -\frac{10A_0}{8L} & \frac{10A_0}{8L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}$$

10

۳. گره ۳

$$\begin{bmatrix} f_1^1 \\ f_2^1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 \\ -k_1 & k_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}$$

15

$$\begin{bmatrix} 0 \\ f_1^2 \\ f_2^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & -k_2 \\ 0 & -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}$$

۱۶. گره ۴

۱۷. گره ۵

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ 0 \\ P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 \\ -k_1 & k_1+k_2 & -k_2 \\ 0 & -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}$$

20

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}$$

$$u_2 = \frac{4PL}{7A_0E}$$

$$u_3 = \frac{1.371 PL}{EA_0}$$

⇒ گره ۱

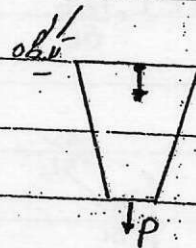
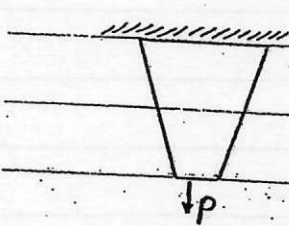
25

$$u_3 = \frac{1.333 PL}{EA_0}$$

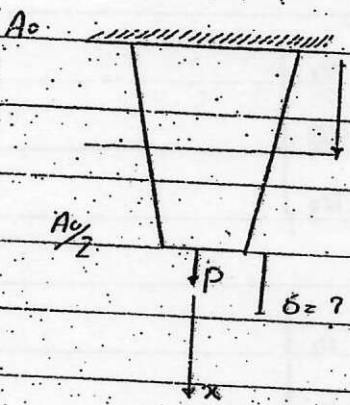
⇒ گره ۲

Soroush

نیزه کی خاص = جمع نیزه کی خاص
برادری + علی العلی نیزه کی خاص



نیزه کی خاص = جمع نیزه کی خاص



$$E = \frac{du}{dx}$$

$$du = E \cdot dx \rightarrow \int du = \int E \cdot dx \rightarrow u = \int E(x) \cdot dx$$

$$\delta = \int_0^L E(x) \cdot dx \rightarrow \delta = \int_0^L \frac{\delta(x)}{E} \cdot dx, \delta = \int_0^L \frac{P}{A(x)E} \cdot dx$$

$$\delta = \int_0^L \frac{P}{A_0(1-\frac{x}{2L})E} \cdot dx = 1.386 PL$$

$$A(x) = A_0(1-\frac{x}{2L}), \sigma(x) = \frac{P}{A_0(1-\frac{x}{2L})}$$

$$\frac{P}{A_0E} \int_0^L \frac{1}{1-\frac{x}{2L}} dx \rightarrow \delta = \frac{2PL}{EA_0} \left[-\ln(2L-x) \right]_0^L$$

$$A(x) = Cx + D$$

$$\Rightarrow A(x) = -\frac{A_0}{2L} \cdot x + A_0 \Rightarrow A(x) = A_0(1-\frac{x}{2L})$$

$$A_0 = D, A_{0/2} = C \cdot L + A_0 \rightarrow C = \frac{-A_0}{2L}$$

Subject:

Year: Month: Day: ()

page: ()

$$y = a_0 + a_1 x$$

$$A_0 = a_0$$

نقطه ۳

$$\frac{A_0}{2} = A_0 + a_1 L$$

$$a_1 = -\frac{A_0}{2L}$$

$$A(x) = A_0 - \frac{A_0}{2L} x = A_0 (1 - \frac{x}{2L})$$

اصل انرژی پتانسیل منبسط

انرژی پتانسیل انجام کار

10

پتانسیل و جنبه شتاب دهنده در شرایط بردار شدن اجسام کار می شود.

تغییر مکان تولید انرژی می کند.

انرژی پتانسیل از میان برداری وضعیت های معین جایابی می شود که تحت بارگذاری خاص اجزا در شیب

در رابط انرژی هندسی را متعارف می کند. آن وضعیت که باعث ارتعاشی معادله تعادل شده است در آن وضعیت

انرژی پتانسیل طی منبسط خواهد شد.

20

$$\pi = U_e + U_f$$

(انرژی پتانسیل کششی + انرژی پتانسیل در شیب = انرژی پتانسیل کششی)

در تعادل اجزا در شیب
 $\frac{\delta \pi}{\delta u} = 0$
 اگر از این رابطه استفاده کنیم می توانیم

$$1, 2, \dots, n$$

خارجی
 (کاربرد خاص)

$$U_f = -W_e$$

25

$$W_e = -x \times \text{جایابی}$$

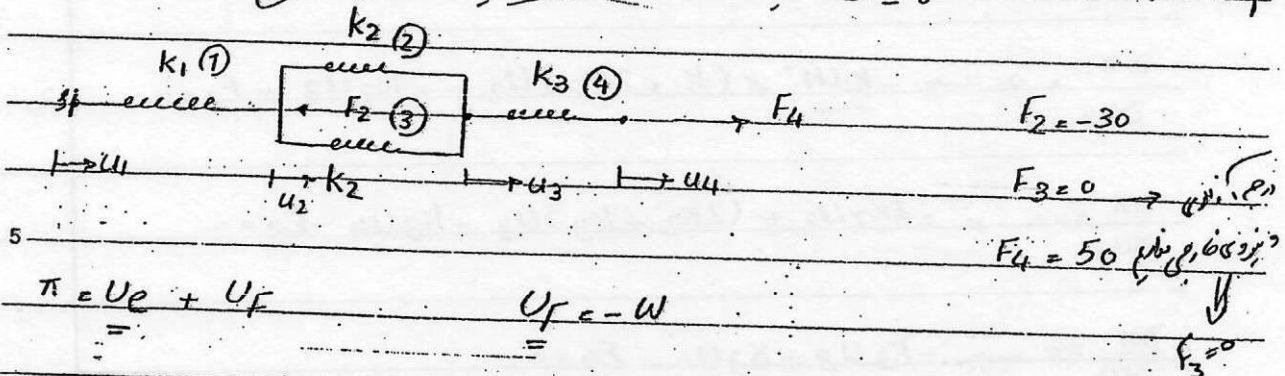
نقطه ۴

Subject:

Year: Month: Day: ()

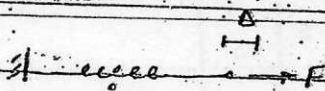
page: ()

exp: با استفاده از انرژی پتانسیل بارش می توانیم بررسی کنیم و تغییر مکان انرژی و انتقال آن

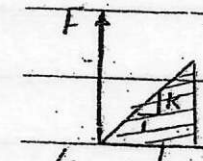


$$U_f = -W = -(F_1 u_1 + F_2 u_2 + F_3 u_3 + F_4 u_4)$$

10



نکته: انرژی کرنش ذخیره شده در فنر



$$F = k \Delta$$

$$U = (k \Delta) \cdot \Delta \cdot \frac{1}{2} = k \Delta \times \frac{\Delta}{2}$$

انرژی کرنش ذخیره شده

$$\frac{1}{2} k \Delta^2 = U_e$$

انرژی کرنش است همیشه مثبت و کرنش را علامت

در حالات بالا معادله به کار می آید (در تمام دقت انرژی کرنش را می توانیم استفاده کنیم)

در محاسبه انتقال انرژی و تغییر مکان از 0 به Delta می توانیم از 1/2 استفاده کنیم (همین معادله) حال آنکه در انتقال انرژی

$$\pi = \frac{1}{2} k_1 (u_2 - u_1)^2 + 2 \times \frac{1}{2} k_2 (u_3 - u_2)^2 + \frac{1}{2} k_3 (u_4 - u_3)^2 = U_e(u_1, u_2, u_3, u_4)$$

$$-(F_1 u_1 + F_2 u_2 + F_3 u_3 + F_4 u_4) \quad \text{ضرب کردن در } u_i$$

$$\left[\frac{1}{2} k_1 (u_2^2 - 2u_1 u_2 + u_1^2) \right]_{u_1} \times k_1 u_1 - k_1 u_2$$

25

$$\frac{\partial \pi}{\partial u_1} = 0 \rightarrow K_1(u_1 - u_2) - F_1 = 0$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial u_2} = 0 \rightarrow -K_1 u_1 + (K_1 + 2K_2)u_2 - 2K_2 u_3 - F_2 = 0$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial u_3} = 0 \rightarrow -2K_2 u_2 + (2K_2 + K_3)u_3 - K_3 u_4 - F_3 = 0$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial u_4} = 0 \rightarrow -K_3 u_3 + K_3 u_4 - F_4 = 0$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} K_1 & -K_1 & 0 & 0 \\ -K_1 & K_1+2K_2 & -2K_2 & 0 \\ 0 & -2K_2 & 2K_2+K_3 & -K_3 \\ 0 & 0 & -K_3 & K_3 \end{bmatrix}}_{\tilde{K}} \underbrace{\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix}}_{\tilde{u}} = \underbrace{\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{bmatrix}}_{\tilde{F}} = \underbrace{\begin{bmatrix} F_1 \\ -30 \\ 0 \\ 50 \end{bmatrix}}_{\tilde{F}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} u_2 = 5 \\ u_3 = 9.17 \\ u_4 = 25.83 \end{cases} \Rightarrow F_1 = -20$$

20- مقیاس اولی که استفاده از آن (مقیاس انرژی کرنشی در راستای x) (تغییر مکان)

10- مقیاس انرژی کرنشی ذخیره شده در این نقطه نسبت به تغییر مکان در راستای x (تغییر مکان) (تغییر مکان)

$u_e =$ انرژی کرنشی

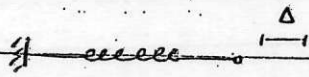
(فقط برای سیستم‌های الاستیک صاف است.)

$$\frac{\partial u_e}{\partial s_i} = F_i$$

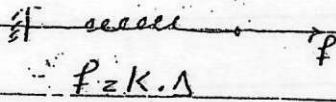
Subject:

Year: Month: Day: ()

page: ()

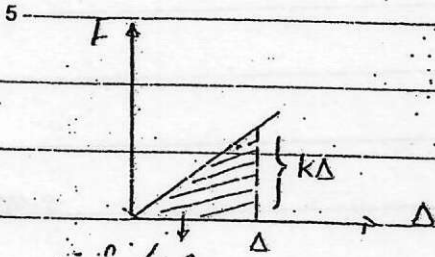


$$W = \int_0^{\Delta} F \cdot d\delta = \int_0^{\Delta} k \cdot \delta \cdot d\delta$$



$$W = U_e = \frac{1}{2} k \Delta^2$$

انرژی کشش فنر



انرژی کشش فنر

انرژی کشش فنر

$$U_e = \frac{1}{2} k \Delta^2 = \frac{1}{2} \frac{EA}{L} \Delta^2$$

$$U_e = \frac{1}{2} \frac{EA}{L} \times (PL)^2$$

$$U_e = \frac{1}{2} \times \frac{P^2 L}{EA} = \frac{1}{2} \left(\frac{P}{A} \right) \left(\frac{P}{A} \right) \left(\frac{L}{E} \right) A$$

$$U_e = \frac{1}{2} \delta \cdot \epsilon \cdot V$$

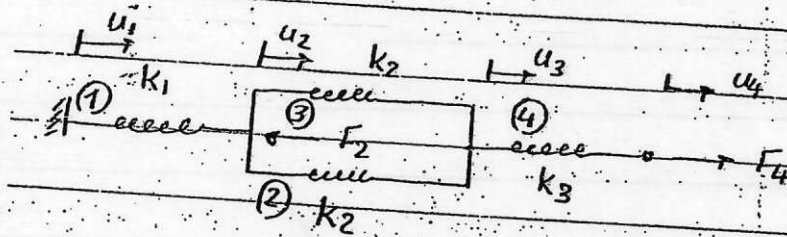
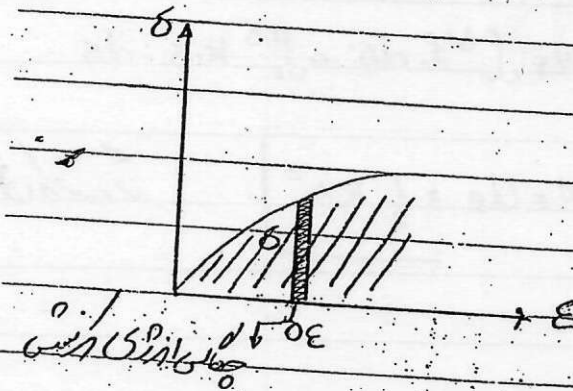
انرژی کشش فنر

A

$$\frac{U_e}{V} = \frac{1}{2} \delta \epsilon$$

چگالی انرژی کشش

25



$$U_e = \frac{1}{2} k_1 (u_2 - u_1)^2 + 2 \times \frac{1}{2} k_2 (u_3 - u_2)^2 + \frac{1}{2} k_3 (u_4 - u_3)^2$$

$$\frac{\partial U_e}{\partial u_1} = F_1 \rightarrow k_1 (u_1 - u_2) = F_1$$

$$\frac{\partial U_e}{\partial u_2} = F_2 \rightarrow -k_1 u_1 + (k_1 + 2k_2) u_2 - 2k_2 u_3 = F_2$$

$$\frac{\partial U_e}{\partial u_3} = F_3 \rightarrow -2k_2 u_2 + 2(k_2 + k_3) u_3 - k_3 u_4 = F_3$$

$$\frac{\partial U_e}{\partial u_4} = F_4 \rightarrow -k_3 u_3 + k_3 u_4 = F_4$$

k_1	$-k_1$	0	0	u_1	F_1
$-k_1$	$k_1 + 2k_2$	$-2k_2$	0	u_2	F_2
0	$-2k_2$	$2k_2 + k_3$	$-k_3$	u_3	F_3
0	0	$-k_3$	k_3	u_4	F_4

Subject:

Year: Month: Day: ()

page: ()

تکلیف ۱ : ۱۲ - ۱۱ - ۷ - ۵ - ۴ - ۲ : ۸

ما برص بهر کفچه شده در سوال ، فقط اول کافیه های عددی را بنویسیم .

$$5. k_1 = 4 \quad k_2 = 6 \quad k_3 = 3$$

$$F_2 = 30 \text{ N} , F_4 = 50 \text{ N} , F_3 = \infty$$

$$\begin{bmatrix} 30 \\ 0 \\ 50 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 & 12 & 0 \\ 12 & 15 & 3 \\ 0 & 3 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} \rightarrow$$

15

20

25

page: ()

Subject:

Year: Month: Day: ()

5

10

15

20

25

Soroush

Subject:

Year: Month: Day: ()

امان خلیجی

page: () فصل ۲

خوابگاهها اتصالات مفصلی هستند در دو طرف اتصالات نیروی محوری وجود دارد در امان اصلی آن نیروی
کشش و فشاری وجود دارد.

5

خوابگاهها بهترین دهانه برای پل ها هستند. در دهانه های بزرگ سقف ها قابل کاربرد هستند.

دهانه کارخانه های صنعتی - پل های پل ها با طول زیاد.

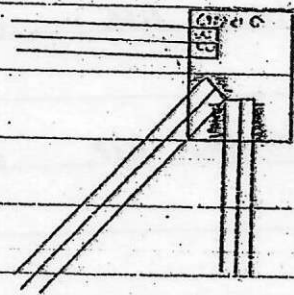
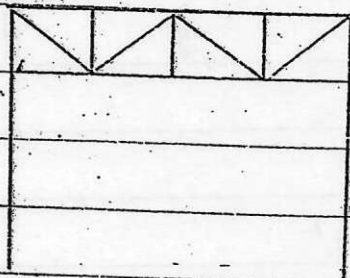
10

عضله خوابگاه مثل است.

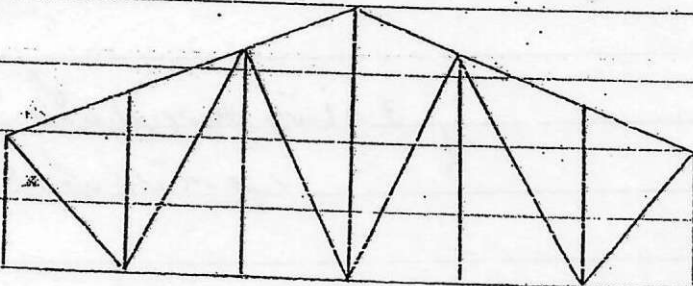
اگر سقف در این نقطه به یکدیگر نرسد و اتصال آن نباشد نخواهیم داشت. در این حالت خوابگاه مفصل عمل می کند.

مفصل ها معمولاً جوش یا پیچ هستند.

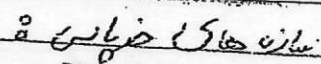
15



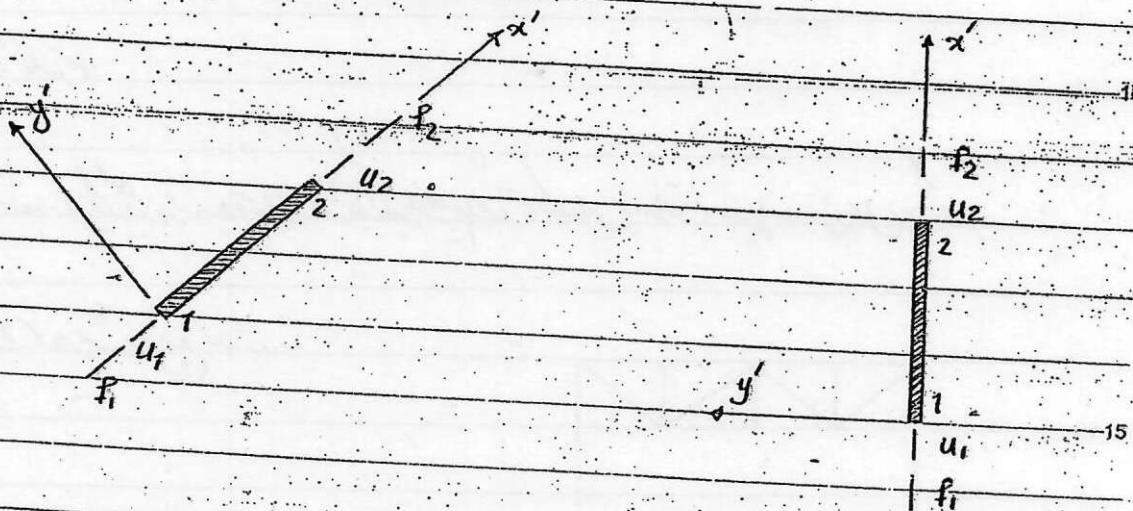
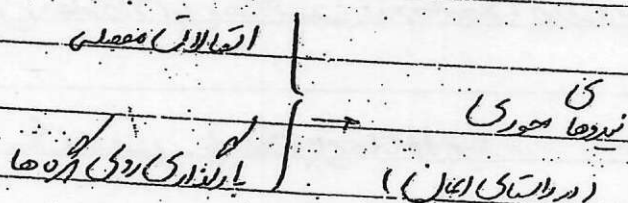
20



25



(علاء الدین) هاشم خاں رفقا رند و ہاشم بیگ (۱۰)

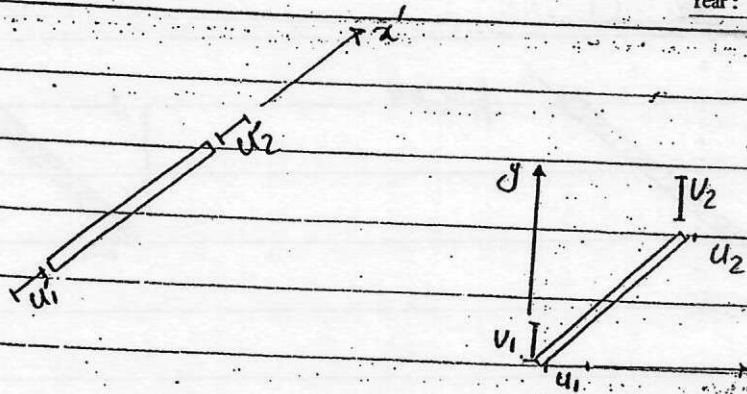


local Ave $\rightarrow$ x', y', z'

Global Axe $\frac{1}{\sqrt{2}}$ $\rightarrow x, y, z$

$$f^i \rightarrow j$$
 ~~$\frac{1}{n} \rightarrow \frac{1}{n} \Rightarrow x'$~~
$$\text{Cyl} \rightarrow \text{YL}$$
[illegible]

در کلاس سازه ۳



$$\begin{bmatrix} u_1' \\ u_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\theta & \sin\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

2×4 4×1

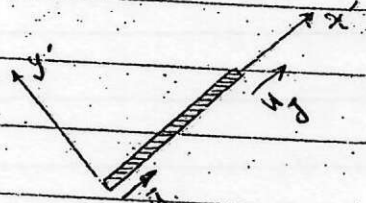
ماتریس تغییر مکان گره → دستگاه اصلی

ماتریس تبدیل

بردار تغییر مکان در دستگاه اصلی

$u' = R \cdot u$

$$R = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\theta & \sin\theta \end{bmatrix}$$



Local: $f' = k' \cdot u'$ (I)

$$\begin{bmatrix} f_1' \\ f_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & -\frac{EA}{L} \\ -\frac{EA}{L} & \frac{EA}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1' \\ u_2' \end{bmatrix}$$

2×1 2×4 2×1

Global: $f = k \cdot u$ (II)

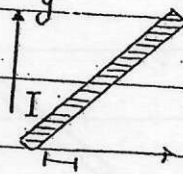
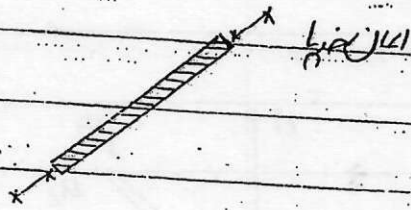
$$\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\theta & \sin\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

2×1 2×2 2×4 4×1

Subject:

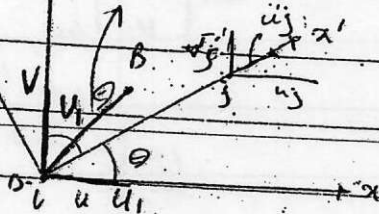
Year: Month: Day: ()

page: ()



$$V = V \cos \theta + V \sin \theta$$

$$OB = R$$



$$u_1' = u_1 \cos \theta + u_1 \sin \theta$$

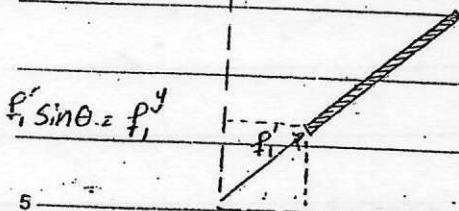
$$v' = -u_1 \sin \theta + u_1 \cos \theta$$

$$\begin{bmatrix} u_1' \\ v' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ v \end{bmatrix}$$

Subject:

Year: Month: Day: ()

page: ()



$$P_1' \cos \theta = P_1^x$$

$$\begin{bmatrix} P_1^x \\ P_1^y \\ P_2^x \\ P_2^y \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} P_1^x = P_1' \cos \theta \\ P_1^y = P_1' \sin \theta \\ P_2^x = P_2' \cos \theta \\ P_2^y = P_2' \sin \theta \end{cases}$$

$$\underline{P}' = \begin{bmatrix} P_1' \\ P_2' \end{bmatrix}_{2 \times 1}$$

$$\underline{P}'$$

$$\underline{P}'_{2 \times 1} = \begin{bmatrix} EA/L & -EA/L \\ -EA/L & EA/L \end{bmatrix}_{2 \times 2} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \theta & \sin \theta \end{bmatrix}_{2 \times 4} \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \end{bmatrix}_{4 \times 1}$$

$$\begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ 0 & \cos \theta \\ 0 & \sin \theta \end{bmatrix}_{4 \times 2} \times \begin{bmatrix} P_1' \\ P_2' \end{bmatrix}_{2 \times 1} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ -\sin \theta & 0 \\ 0 & \cos \theta \\ 0 & \sin \theta \end{bmatrix}_{4 \times 2} \begin{bmatrix} EA/L & -EA/L \\ -EA/L & EA/L \end{bmatrix}_{2 \times 2} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \theta & \sin \theta \end{bmatrix}_{2 \times 4}$$

Global

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

$$\underline{P} = \begin{bmatrix} P_1^x \\ P_1^y \\ P_2^x \\ P_2^y \end{bmatrix} = \underline{R}^T \cdot \underline{P}' \cdot \underline{R} \cdot \underline{U}$$

Soroush

$$\Rightarrow \underset{\sim}{\underset{\sim}{\underset{\sim}{f}}} = \underset{\sim}{\underset{\sim}{\underbrace{R^T \cdot k' \cdot R}_{K}}} \underset{\sim}{\underset{\sim}{U}} \quad \text{Global}$$

$$\underset{\sim}{U}' = \underset{\sim}{R} \cdot \underset{\sim}{U} \cdot I$$

$$\Rightarrow \underset{\sim}{f} = \underset{\sim}{R}^T \cdot \underset{\sim}{f}' \quad II$$

$$\underset{\sim}{K}_{4 \times 4} = \underset{\sim}{R}^T \cdot \underset{\sim}{k}' \cdot \underset{\sim}{R} \quad III$$

$$\underset{\sim}{f}_{4 \times 1} = \underset{\sim}{K}_{4 \times 4} \cdot \underset{\sim}{U}_{4 \times 1}$$

در اینجا $\underset{\sim}{K}$ یک ماتریس 4×4 است
و $\underset{\sim}{U}$ یک بردار 4×1 است

$$\underset{\sim}{K} = \underset{\sim}{R}^T \cdot \underset{\sim}{k}' \cdot \underset{\sim}{R}$$

$$\begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ 0 & \cos \theta \\ 0 & \sin \theta \end{bmatrix}_{4 \times 2} \begin{bmatrix} EA/L & -EA/L \\ -EA/L & EA/L \end{bmatrix}_{2 \times 2} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \theta & \sin \theta \end{bmatrix}_{2 \times 4}$$

$$\underset{\sim}{K}_{4 \times 4} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \cos \theta \sin \theta & -\cos^2 \theta & -\sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta & -\sin \theta \cos \theta & -\sin^2 \theta \\ -\cos^2 \theta & -\sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ -\sin \theta \cos \theta & -\sin^2 \theta & \sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta \end{bmatrix} \cdot EA/L$$

$$\cos \theta = C \quad ; \quad \sin \theta = S$$