پاسخ سوالات مرحله اول سومین المپیاد ملی نجوم (۸۵-۸۶)

(تهیه کنندگان: علیرضا اسکندری و الهه السادات نقیب)

۱. کدام یک از شکل های زیر خطوط میدان مغناطیسی اطراف زمین را به درستی نشان می دهد؟ در همه این شکلها،خط مورب نشان دهنده محور دوران زمین است.

جواب: د)

زیرا خطوط میدان مغناطیسی زمین به خاطر باد خورشیدی از یک طرف فشرده و از یک طرف کشیده است که گزینه د درست است.

۲. اگر زمان نوردهی مناسب برای این که ستاره ای با فاصله ی قطبی p ، بر روی فیلم عکاسی به صورت نقطه ای ثبت گردد Δt باشد،زمان نوردهی مناسب برای ثبت نقطه ای ستاره ای با فاصله قطبی $2p$ چند برابر Δt است؟

جواب: ه) $(2\,Cos\,p)^{-1}$

برای اینکه ستاره با فاصله قطبی $2p$ دارای تصویر نقطه ای باشد باید طول کمان CD با طول کمان AB برابر باشد.

طول کمان AB با کمان متناظرش بر روی استوا (EF) رابطه زیر را دارد:

$$AB = EF * Cos(90 - p) = EF * Sin\,p$$

رابطه EF با زمان:

$$EF = \Omega * \Delta t$$

در نتیجه:

$$AB = \Omega \Delta t\, Sin\,p$$

برای CD نیز همین روابط را داریم:

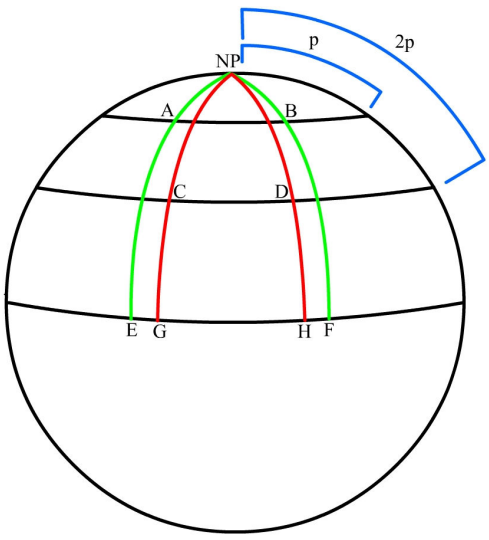
$$CD = GH * Cos(90 - 2p) = GH * Sin\,2p$$
$$GH = \Omega * \Delta t_1$$
$$CD = \Omega \Delta t_1\, Sin\,2p$$

چون CD=AB در نتیجه:

$$\Omega \Delta t\, Sin\,p = \Omega \Delta t_1\, Sin\,2p \Rightarrow \Delta t\, Sin\,p = \Delta t_1\, Sin\,2p \Rightarrow \frac{\Delta t_1}{\Delta t} = \frac{Sin\,p}{Sin\,2p}$$

طبق اتحاد $Sin\,2\theta = 2\,Sin\,\theta\,Cos\,\theta$ نتیجه می شود:

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t} = \frac{Sin\,p}{2\,Sin\,p\,Cos\,p} = \frac{1}{2\,Cos\,p} = (2\,Cos\,p)^{-1}$$



IPAO2006.blogfa.com

۳. کدامیک از صورتهای فلکی زیر در قطب شمال دیده نمی شود؟

جواب: ه) سپر

۴. کدامیک از دانشمندان زیر در یک دوره زندگی می کرده اند و با هم در ارتباط بوده اند؟

جواب: و)

۵. دو دنباله دار را در آسمان در نظر بگیرید که در دو مدار بیضی شکل کاملا منطبق بر هم و در یک جهت به دور خورشید دوران می کنند. اگر نیم قطر بزرگ مدار،۵ واحد نجومی و فاصله دو دنباله دار از یکدیگر 3.5 واحد نجومی،و سرعت یکی دو برابر دیگری باشد،احتمالا در چه زمانی این دو دنباله دار با یکدیگر برخورد خواهند کرد؟

جواب: ج) هرگز برخورد نمی کنند.

دو جسم که مدار کاملا یکسانی به دور یک جسم داشته باشند، دوره تناوب یکسانی خواهند داشت که باعث می شود این دو جسم به یکدیگر برخورد نکنند.

۶. کدامیک از گزاره های زیر درست است؟

جواب: ج) منظومه شمسی 8 سیاره و پو، قمر گالیله ای مشتری،آتشفشان فعال دارد.

۷. مرتفع ترین آتشفشان منظومه شمسی روی کدام سیاره است؟

جواب: ب) مریخ

۸. به خاطر وجود کشش سطحی،فشار داخل یک حباب صابون کروی،متناسب با وارون شعاع حباب تغییر می کند. اگر دمای هوای داخل حباب نصف شود،شعاع حباب چند برابر می شود؟

جواب: الف) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

$$P=\frac{T}{V}=\frac{3T}{4\pi R^3} \text{ و } P=\frac{k}{R}$$

که P فشار گاز و T دمای گاز و V حجم گاز و R شعاع حباب و k عددی ثابت است.

حال برای حالت ۱ و ۲ داریم:

$$T_1=2T_2$$

برای حالت ۱:

$$P_1=\frac{3T_1}{4\pi R_1^3} \text{ و } P_1=\frac{k}{R_1}\Rightarrow\frac{3T_1}{4\pi R_1^3}=\frac{k}{R_1}\Rightarrow k=\frac{3T_1}{4\pi R_1^2}\Rightarrow k=\frac{3T_2}{2\pi R_1^2}$$

برای حالت ۲:

$$P_2=\frac{3T_2}{4\pi R_2^3} \text{ و } P_2=\frac{k}{R_2}\Rightarrow\frac{3T_2}{4\pi R_2^3}=\frac{k}{R_2}\Rightarrow k=\frac{3T_2}{4\pi R_2^2}$$

در نتیجه:

$$\frac{3T_2}{4\pi R_2^2}=\frac{3T_2}{2\pi R_1^2}\Rightarrow 2R_2^2=R_1^2\Rightarrow\frac{R_2}{R_1}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

IRAO2006.blogfa.com

۹. بر اساس اطلاعات رصدی،یک ابر مولکولی هیدروژنی تقریبا کروی،قطری در حدود 20 سال نوری دارد. به علاوه،دمایش در حدود ۲۰ کلوین و چگالی عددی ذرات این ابر همگن حدود 10^4 ذره بر سانتی متر مکعب تخمین زده می شود. جرم این ابر مولکولی،چند برابر جرم خورشید است؟

جواب: ج) $6*10^4$

$$D = 20ly \Rightarrow R = 10ly \Rightarrow R = 9.5*10^{16}\ m$$

$$N = 10^4\ {}^{\#}\!/_{cm^3} \Rightarrow N = 10^{10}\ {}^{\#}\!/_{m^3}$$

جرم هر ذره برابر جرم مولکول هیدروژن و دو برابر جرم اتم هیدروژن است. در نتیجه:

$$\rho = 2\times 1.67*10^{-27}\times 10^{10} = 3.34*10^{-17}\ {}^{kg}\!/_{m^3}$$

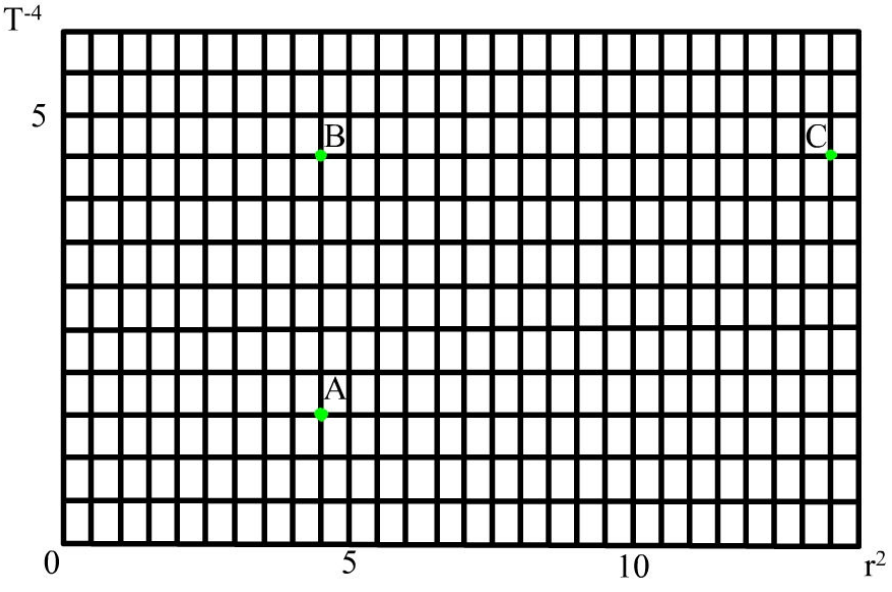
$$V = {}^{4\pi R^3}\!/_{3} \Rightarrow V = 3.6*10^{51}\ m^3$$

$$M = \rho\cdot V \Rightarrow M = 1.2*10^{35}\ Kg$$

$$M_S = 1.99*10^{30}\ Kg \Rightarrow \frac{M}{M_S} = 6*10^4$$

۱۰. در شکل زیر،هر یک از نقاط رسم شده مربوط به یک ستاره می باشد. در مورد درخشندگی مطلق این سه ستاره چه می توان گفت؟ T دما و r شعاع ستاره است.

جواب: د) $L_A=3L_B=L_C$



$$L = 4\pi r^2\sigma T^4 \Rightarrow L = kr^2T^4 \Rightarrow k = \frac{L}{r^2T^4}$$

برای ستاره های A,B,C:

$$k = \frac{L_A}{r_A^2T_A^4}\ \text{و}\ k = \frac{L_B}{r_B^2T_B^4}\ \text{و}\ k = \frac{L_C}{r_C^2T_C^4} \Rightarrow k = \frac{L_AT_A^{-4}}{r_A^2}\ \text{و}\ k = \frac{L_BT_B^{-4}}{r_B^2}\ \text{و}\ k = \frac{L_CT_C^{-4}}{r_C^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1.5}{4.5}L_A = \frac{4.5}{4.5}L_B = \frac{4.5}{13.5}L_C \Rightarrow L_A = 3L_B = L_C$$

۱۱. چرا خطوط طیفی نور کهکشانهای دور دست به طرف قرمز طیف جابجا می شود؟

جواب: د) در اثر دور شدن کهکشانها،نور آنها قرمز تر به نظر می رسد.

۱۲. امکان مشاهده مریخ در کدامیک از صور فلکی زیر وجود دارد؟

جواب: د) اسد

چون همانطور که می دانیم،سیارات منظومه شمسی تقریبا در صفحه دایره البروج حرکت می کنند و ما باید مریخ را در یکی از صور فلکی دایره البروجی ببینیم. که از گزینه های داده شده فقط صورت فلکی اسد دایره البروجی است.

۱۳. برای اینکه ناظر روی ماه بتواند برج میلاد را در تماتی طول موجهای مرئی تشخیص دهد،حداقل قطر تلسکوپی که استفاده می کند چقدر باید باشد؟ ارتفاع برج میلاد ۴۳۰ متر است.

جواب: د) $76\ \mathrm{cm}$

اندازه زاویه ای برج میلاد از ماه(L **ارتفاع برج میلاد و** d **فاصله ماه):**

$$\phi = \frac{L}{d} = 1.12\times10^{-6}\,rad$$

فرمول محاسبه توان تفکیک تلسکوپ(D **قطر تلسکوپ و لاندا طول موج و تتا توان تفکیک):**

$$\theta = 1.22\frac{\lambda}{D} \Rightarrow D = 1.22\frac{\lambda}{\theta}$$

طول موج را برابر طول موج نور قرمز می گذاریم که بلندترین طول موج مرئی است و تتا را برابر فی جایگذاری می کنیم تا قطر تلسکوپ بدست آید.

$$D = 1.22\frac{7\times10^{-7}}{1.12\times10^{-6}} \Rightarrow D = 0.76\,cm$$

۱۴. زاویه ساعتی یک ستاره در عبور پایینی آن چقدر است؟

جواب: ج) 12^{h}

۱۵. اگر یک ستاره را جسم سیاه فرض کنیم،با گرم شدن آن،تابش در طول موجهای قرمز چه تغییری می کند؟

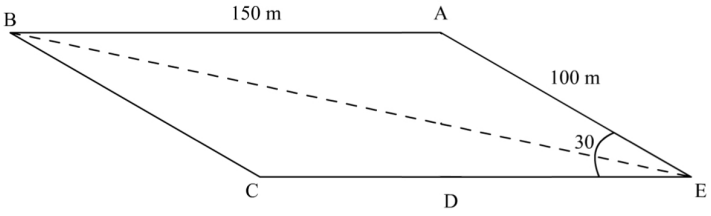
جواب: ب) بیشتر می شود.

اگر به نمودار تابش جسم سیاه پلانک در تابش های مختلف دقت کنید می بینید که نمودار تابع در دماهای بیشتر بزرگتر می شد که نشان از بیشتر شدن تابش در تمام طول موجها دارد. پس با افزایش دما تابش در طول موج قرمز بیشتر می شود.

IRAO2006.blogfa.com

۱۶. چهار آنتن بشقابی رادیویی به قطر ۳ متر،در چهار گوشه متوازی الاضلاعی با اضلاع ۱۰۰ و ۱۵۰ متر قرار دارند و زاویه کوچک متوازی الاضلاع برابر ۳۰ درجه است. نسبت حداقل به حداکثر قدرت تفکیک این مجموعه در طول موج ۲۱ سانتی متر جقدر است؟

جواب: و) ۸۱



چون توان تفکیک با فاصله رابطه مستقیم دارد و در این مسئله تنها پارامتر تاثیر گذار فاصله است، ابتدا کمترین و بیشترین فاصله ها را حساب می کنیم:

کمترین فاصله:

کمتری‌ن اندازه اندازه بشقاب خود تلسکوپ است که به صورت فردی کار می کند و برابر ۳ متر است.

بیشترین فاصله:

فاصله بین دو نقطه B و E بیشترین فاصله است که در مثلث ABE :

$$\hat{A} = 180 - \hat{E} = 150$$

$$BE = \sqrt{AB^2 + AE^2 - 2(AB)(AE)Cos\,\hat{A}} \Rightarrow BE = 242m$$

رابطه توان تفکیک:

$$\theta = 1.22\frac{\lambda}{d}$$

بیشترین توان تفکیک با بیشترین فاصله متناظر است و بالعکس (D_T قطر تلسکوپ است.):

$$\frac{\theta_{\min}}{\theta_{\max}} = \frac{1.22\dfrac{\lambda}{D_T}}{1.22\dfrac{\lambda}{BE}} = \frac{BE}{D_T} = 81$$

۱۷. ماهواره ای به جرم m در مدار زمین به دور خورشید می چرخد. مقدار انرژی که باید موتورهای نصب شده روی آن صرف کنند تا ماهواره را در مداری عمود بر صفحهی مداری زمین با همان فاصله از خورشید قرار دهند چقدر است؟

v سرعت مداری،r شعاع مدار زمین،M جرم زمین و G ثابت گرانش است.

جواب: الف) mv^2

چون ماهواره باید موتورهای خود را در خلاف جهت حرکتش روشن کند تا سرعتش صفر شود پس انرژی مصرفی $mv^2/2$ **می شود. برای اینکه ماهواره درمدار جدید قرار گیرد باید همین مقدار انرژی مصرف کند که در مجموع می شود:** mv^2

IRAO2006.blogfa.com

۱۸. در عرض جغرافیایی میانه (۳۰ تا ۶۰ درجه شمالی و جنوبی)،کدام یک از موارد زیر برای دو ستاره ی قابل تفکیک صحیح است؟

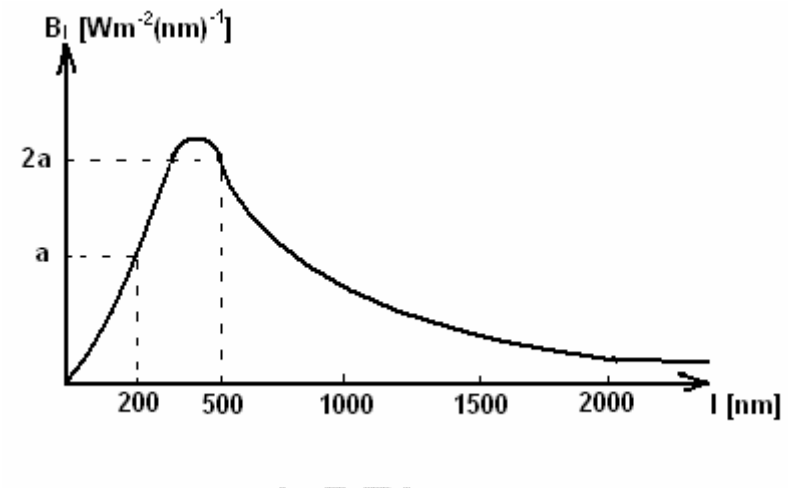
جواب: الف) دو ستاره ای که با هم طلوع می کنند با هم غروب نمی کنند.

در نگاه اول ممکن است گزینه ج نیز درست به نظر برسد ولی دو نوع عبور وجود دارد عبر پایینی و عبور بالایی که باعث می شوند ستارگانی که در حال عبور هستند بعد های یکسان یا با اختلاف ۱۸۰ درجه داشته باشند.

برای یک ستاره نمودار توزیع شدت بر حسب طول موج به صورت زیر است. فیلتر شماره ی ۱ طول موجهای ۲۰۴-۲۰۰ نانومتر و فیلتر شماره ی ۲ طول موجهای ۵۰۲-۵۰۰ نانومتر را عبور می دهد.m_1 قدر اندازه گیری شده توسط فیلتر ۱ وm_2 قدر اندازه گیری شده توسط فیلتر ۲است. m_1-m_2 کدام است؟

۱۹.

جواب: ج) ۰



×نکته: پهنای فیلترها با هم فرق می کند .

بازه ی فیلتر اولی دوبرابر فیلتر دومی است،البته در بازه های به این کوچکی می توان شار را در ۲۰۰ و ۲۰۱ و ۲۰۲ و۲۰۳و ۲۰۴ نانومتریکسان در نظر گرفت و همچنین برای بازه ی از ۵۰۲-۵۰۰.

برای فیلتر دوم شدت را نصف می کنیم تا با بازه فیلتر اول متناظر شود.

$$\frac{2a}{2} = a \Rightarrow m_1 - m_2 = 2.5\log(a/a) = 0$$

۲۰. کاربرد اسطرلاب در زمان قدیم چه بوده؟

جواب: ج) تعیین موقعیت ثوابت

۲۱. ماه در صورت فلکی قوس است .ناظری که در ماه است زمین را در کدام صورت فلکی می بیند؟

جواب: ب) جوزا[زیرا در مقابل قوس قرار دارد.]

۲۲. ارتفاع آب در دریاهای آزاد در مدهای متوالی متفاوت است .علت اصلی این پدیده کدام است؟

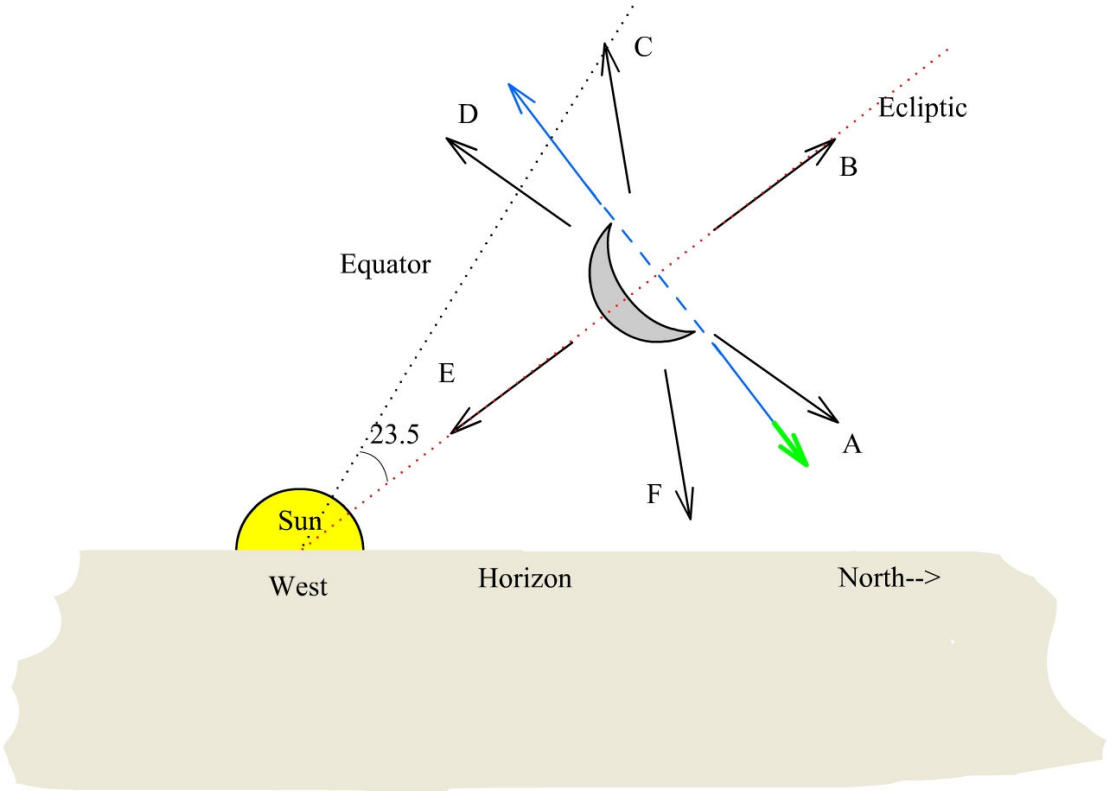
جواب: ب) خورشید اثر کشندی ماه را گاهی تقویت و گاهی تضعیف می کند

وقتی زمین و ماه و خورشید در یک خط باشند نیروهای خورشید و ماه در یکسو هستند و با هم جمع می شوند،اگر ماه در حالت تربیع باشد نیرویش عمود بر نیروی خورشید است ،پس جمع برداری کمترین مقدار را خواهد داشت.

IRAO2008.com

۲۳. در شکل زیر ،جهت قطب شمال سماوی کدام است؟این تصویر هلال روشن ماه را در هنگام غروب خورشید در روز اول بهار نشان می دهد.

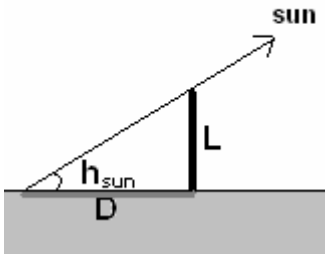
جواب: الف)A



با توجه به شکل می توان جهت شمال را روی افق تعیین کرد. پس از این بردارها فقط بردارهای B,A,F قابل قبولند. همانطور که درشکل مشخص است اگر دو سر هلال را به هم وصل کنیم قطبین دایره البروج را نشان می دهد و چون شمال سماوی فاصله زیادی با شمال دایره البروجی ندارد،فلش سبز رنگ جهت شمال دایره البروجی است. با حرکت خورشید در آسمان از غرب به شرق در هنگام بهار میل خورشید افزایش می یابد پس برای اینکه میل خورشید افزایش یابد باید استوای سماوی در زیر دایره البروج باشد. فلش عمود بر استوای سماوی جهت شمال سماوی را نشان می دهد که فلش A است.

۲۴. در روز اول دی ماه دقیقا در سر ظهر ،طول سایه ی یک شاخص عمودی، $\sqrt{3}$ برابر ارتفاع آن است،عرض جغرافیایی محل چقدر است؟

جواب: ج) 36.5



ارتفاع خورشید با توجه به شکل از رابطه ی زیر به دست می آید:

$$\tan h_{Sun} = \frac{L}{D} = {}^{1}\!/_{\sqrt{3}} \Rightarrow h_{Sun} = 30°$$

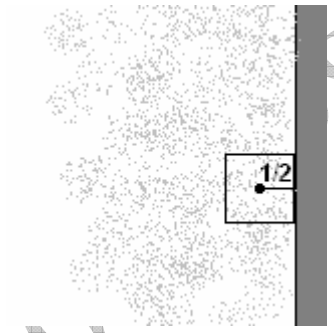
با توجه به شکل:

$$\left.\begin{array}{l} HP = \phi \\ PE = 90 \\ ES = 23.5 \\ HF = 180 \end{array}\right\} \Rightarrow h_{Sun} = FS = HF - (HP + PE + ES) \Rightarrow h_{Sun} = 66.5 - \phi$$

$$h_{Sun} = 30 \Rightarrow \phi = 36.5°$$

۲۵. سرعت باد خورشیدی در فاصله ی یک واحد نجومی از خورشید ،در حدود $300\ km/s$ **است.فرض کنیم تعداد ذرات آن در واحد حجم ،** n **ذره در متر مکعب باشد،در این صورت فشار باد خورشیدی در این ناحیه به کدام یک از موارد زیر نزدیک تر است؟**

جواب: ج) $n\times10^{-16}\ {}^{N}\!/_{m}$



مکعبی به حجم واحد را در نظر می گیریم به طوری که در لحظه ی صفر یک سطح آن به سطح مورد نظر رسیده باشد،زمان میانگین رسیدن همه ی ذرات به سطح برابر زمانی است که ذره ای در وسط مکعب نیاز دارد تا به سطح برسد:

$$dt = \frac{0.5}{300000} s$$

برای اینکه ببینیم در این زمان چه تکانه ای منتقل می شود لازم است تا معادله ی زیر را بنویسیم (M **جرم کل ذرات داخل مکعب است):**

$$p_1 = Mv \text{ و } p_2 = 0 \Rightarrow dp = -Mv$$

جرم کل ذرات داخل مکعب به حجم واحد(m **جرم پروتون است چون ذرات باد خورشیدی از جنس پروتونند.):**

$$M = nm$$

در نتیجه:

$$dp = -nmv = -n * 5\times10^{-22}$$

می دانیم که (P**نماد فشار و** A **نماد سطح است.):**

$$F = \frac{dp}{dt} \text{ و } P = \frac{F}{A}$$

$$\Rightarrow F = -n * 3\times10^{-16} \quad P = 3n\times10^{-16}$$

IRAO20...gfa.com

۲۶. کتابی که گالیله به خاطر آن در دادگاه تفتیش عقاید محکوم شد کدام است؟

جواب: ب) گفتگو

۲۷. دو سیاره را که بر گرد ستاره ای به جرم خورشید در مدارهایی دایره ای در گردشند در نظر بگیرید. اگر شعاع مداری سیاره ی بیرونی ۱ واحد نجومی باشد و ناظر ساکن در آن در هر بار گردشش به دور خورشید ۵ بار سیاره ی درونی را در حالت مقارنه مشاهده کند، دوره ی تناوب سیاره ی داخلی چند سال است؟

جواب: و) $\frac{2}{7}$

×نکته:مقارنه با سیارات داخلی در هر دوره ی تناوب هلالی دو بار اتفاق می افتد(مقارنه ی داخلی و مقارنه ی خارجی) دوره تناوب سیاره بیرونی (P) یک سال است که در این مدت ۵ بار مقارنه می بیند پس ۲،۵ دوره تناوب هلالی (S) گذشته است در نتیجه طول دوره تناوب هلالی می شود۰،۴ سال.

دوره تناوب سیاره(E) برابر است با:

$$\frac{1}{E}-\frac{1}{P}=\frac{1}{S}\Rightarrow E=\frac{PS}{P+S}=\frac{2}{7}$$

۲۸. M32در کدام صورت فلکی قرار دارد؟

جواب: ه) آندرومدا

۲۹. سطح کره ی زمین رابا آینه می پوشانیم . در این صورت تصویر ماه کامل در چه فاصله ای از شخصی که بر روی سطح زمین ایستاده است و ماه را در سمت الراس او قرار دارد،تشکیل می شود؟

جواب: الف) R/2

ماه ۱۲۴برابر نسبت به فاصله کانونی آینه (نصف شعاع زمین) از آن دور است که می توان آنرا در بینهایت در نظر گرفت پس تصویر روی کانون تشکیل می شود.

۳۰. با طنابی به قطر ۱۲،۵ میلیمتر سطح زمین را به طور کامل می پوشانیم. برای این کار از قطب شمال زمین شروع کرده و به طور مارپیچ به سمت قطب جنوب حرکت می کنیم،به نحوی که طناب روی خود نیافتد .طول طناب به کدام یک از موارد زیر نزدیک تر است؟

جواب: د) فاصله ی زمین تا آلفا قنطورس

کافیست مساحت زمین را بر قطر طناب تقسیم کنیم ،زیرا روش پوشاندن اهمیتی در طول طناب ندارد.

$$S_e=4\pi R^2\Rightarrow L=\frac{4\pi R^2}{0.0125}=4.1\times10^{16}m=1.32\,pc$$

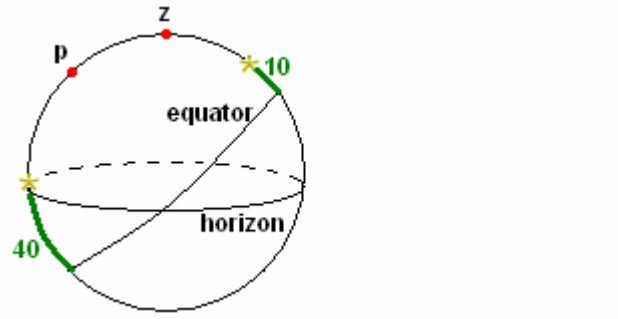
که به فاصله آلفا قنطورس نزدیک است.

۳۱. دو ستاره با مختصات $\delta_1=+40°,\alpha_1=18^h$ **و** $\delta_2=+10°,\alpha_2=6^h$ **به طور همزمان در حال عبور مشاهده می شوند. در کدام عرض جغرافیایی و در چه زمانی نجومی (ST) این اتفاق امکان پذیر است؟**

جواب: ب)

×نکته:چون بعد ستاره ها یکی نیست نمی توانند هر دو در زاویه ی ساعتی ۰ باشند بلکه حداقل یکی از ستاره ها باید دور قطبی باشد تا یکی در زاویه ی ساعتی ۰ و دیگری در زاویه ساعتی ۱۲ باشند.

IRAO2006.blogfa.com



همانطور که از شکل پیداست حداقل عرض جغرافیایی می تواند برابر ۵۰ درجه باشد اگر ستاره ی اول در عبور پایینی باشد و به همین صورت اگر ستاره ی دوم در عبور پایینی باشد،حداقل عرض جغرافیایی باید برابر ۸۰ درجه باشد،با توجه به گزینه ها که حداکثر عرض جغرافیایی ۶۰ را نشان می دهند، نتیجه می گیریم که ستاره ی اول باید در عبور پایینی باشد همچنین عرض جغرافیایی ۴۰ درست نیست زیرا از ۵۰ کمتر است.

تعریف:زمان نجومی برابر بعد ستاره ای است که در عبور بالایی باشد.

پس زمان نجومی هم ۶ ساعت است.

۳۲. مجموع مسافت های طی شده توسط خودروهایی که در طی یک شبانه روز در ایران تردد می کنند از چه مرتبه ی بزرگی است؟

جواب: الف) فاصله زمین تا خورشید

اگر فرض کنیم از هر ۵ نفر یک نفر صاحب ماشین است در کشور ۷۰ میلیونی ما ۱۴ میلیون ماشین وجود خواهد داشت که اگر هر کدام روزی ۱۰ کیلومتر بپیمایند:

$$14000000 * 10 = 140000000km$$

که به فاصله زمین از خورشید نزدیک است.

۳۳. سطح زمین را با لامپهای معمولی ۱۰۰ وات می پوشانیم. کدامیک از موارد زیر تخمین بهتری برای قدری است که ناظر روی ماه برای زمین اندازه می گیرد؟

جواب: ب)۱۷-

فرض می کنیم که در هر متر مربع می توان ۱۰۰ لامپ جای داد به این ترتیب:

$$S/2 = 2\pi R^2 = 2.6\times10^{14}\, m^2$$

تعداد لامپها:

$$n = S/2 * 100 = 2.6\times10^{16}$$

توان کل لامپها:

$$L_e = n * 100 = 2.6\times10^{18} W$$

در نتیجه:

$$m_e - m_s = 2.5\log[\frac{L_s}{L_e}\cdot(\frac{d}{d_s})^2] \Rightarrow m_e = -19.33$$

IRAO2006.blogfa.com

۳۴. سیاهچاله ی مرکز کهکشان راه شیری ۳ میلیون برابر خورشید جرم دارد. شعاع این سیاهچاله چقدر است؟

جواب: ه) 0.06 AU

باید تعریف سیاهچاله مبنی بر اینکه سرعت فرار از سطح سیاهچاله باید برابر سرعت نور باشد را بدانیم.

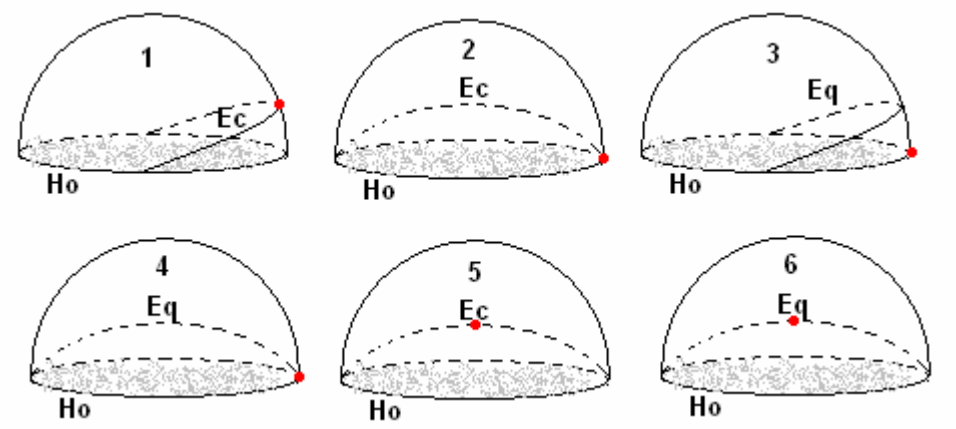
v : سرعت فرار

$$v=\sqrt{\frac{2GM}{R}} \Rightarrow R=\frac{2GM}{v^2} : \xrightarrow{v=c} R=\frac{2GM}{c^2} \Rightarrow R=8.85\times10^9\, m \Rightarrow R=0.06\, AU$$

۳۵. اولین فضا نورد زن که بود؟

جواب: ج) والنتینا ترشکووا

۳۶. کدام دو تصویر از تصاویر زیر،کره ی آسمان را برای ناظر قطبی با عرض جغرافیایی ۹۰ درجه، با فاصله ی زمانی ۶ ساعت نشان می دهد؟



جواب: ب) ۱ و ۵

در وهله ی اول شکلهای ۳ و ۴ و ۶ حذف می شوند زیرا در قطب افق همان استوای سماوی است.

×نکته:باید توجه کنید که صفحه ی دایرهٔ البروج در طول شبانه روز حرکت می کند و دوره تناوب آن برابر دوره تناوب حرکت چرخشی زمین است.

پس اشکال ۱ و ۵ با هم ۶ ساعت اختلاف دارند.

IRAO2008.com

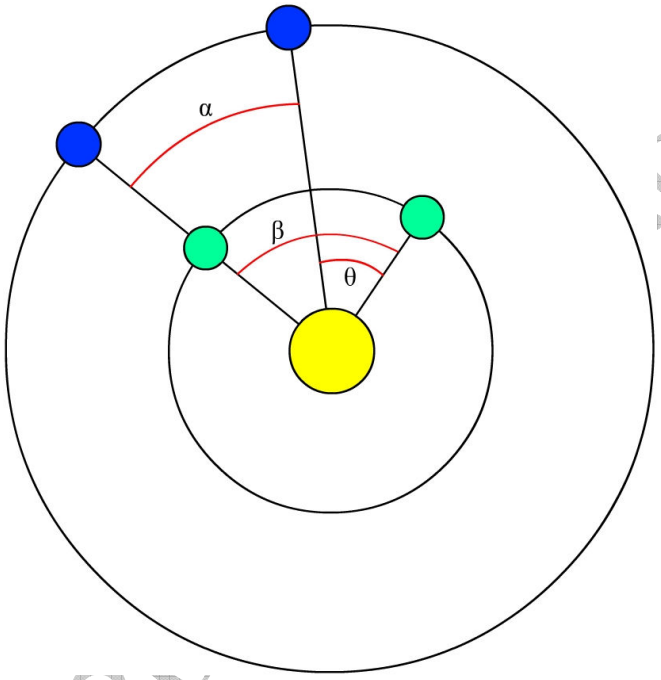
مسائل کوتاه:

۱. دو سیاره فرضی در مدارهای دایره ای با شعاعهای مداری r و 2r و با سرعت های زاویه ای ثابت ω_1 و ω_2 در حال گردش به دور خورشید هستند.دوره ی تناوب سیاره درونی ۳۰۰ روز زمینی است. کمترین فاصله زمانی بین دو تربیع متوالی سیاره ی درونی از دید سیاره بیرونی چقدر است؟ (صفحه مداری دو سیاره را بر هم منطبق در نظر بگیرید.)

حل:

تربیع زمانی است که سیاره دورنی در بیشترین کشیدگی باشد.

با استفاده از سرعت زاویه نسبی،دوره تناوب هلالی سیاره داخلی را مشخص می کنیم:



سیاره آبی با دوره تناوب P_1 زاویه α را در مدت t طی می کند. در همین مدت زمان سیاره سبز با دوره تناوب P_2 زاویه β را طی می کند. سیاره سبز نسبت به سیاره آبی و خورشید زاویه θ را در مدت زمان t طی می کند که همان حرکت هلالی سیاره سبز نسبت به سیاره آبی است:

$$\theta = \beta - \alpha \Rightarrow \frac{\theta}{t} = \frac{\beta}{t} - \frac{\alpha}{t}$$

$$\frac{\beta}{t} = \omega_2 \text{ و } \frac{\alpha}{t} = \omega_1$$

$\frac{\theta}{t}$ **همان سرعت زاویه ای دوره تناوب هلالی است.(** ω **) در نتیجه:**

$$\omega = \omega_2 - \omega_1$$

همانطور که می دانید(P دوره تناوب هلالی است):

$$\omega_1 = \frac{2\pi}{P_1} \text{ و } \omega_2 = \frac{2\pi}{P_2} \text{ و } \omega = \frac{2\pi}{P}$$

ابتدا P_2 را محاسبه می کنیم:

IRAO2.com

$$(\frac{P_2}{P_1})^2 = (\frac{2r}{r})^3 \Rightarrow P_2 = 848.53\,days$$

حال P را محاسبه می کنیم:

$$\frac{2\pi}{P} = \frac{2\pi}{P_2} - \frac{2\pi}{P_1} \Rightarrow P = 464.07\,days$$

حال که دوره تناوب هلالی را داریم باید مشخص کنیم که سیاره در چه زاویه ای به تربیع بعدی می رسد:

اگر سیاره بیرونی را ثابت فرض کنیم،دوره تناوب سیاره درونی برابر P می شود. برای اینکه سیاره درونی به نزدیکترین تربیع بعدی برسد باید از نقطه A به نقطه B بیاید. زاویه بین این دو نقطه(Ω) را می توان با استفاده از مثلثات محاسبه نمود.

$$Sin\,\theta = \frac{r}{2r} = 0.5 \Rightarrow \theta = \pi/6$$

$$\Omega = 2(\pi - (\theta + \pi/2)) \Rightarrow \Omega = 2\pi/3$$

سیاره درونی باید با سرعت زاویه ω ، $2\pi/3$ رادیان را در مدت زمان t بپیماید:

$$\omega = \frac{2\pi}{P} \text{ و } \omega t = \Omega \Rightarrow t = \frac{\Omega}{\omega} \Rightarrow t = \frac{\Omega P}{2\pi} \Rightarrow t = 154.69 = 1.55\times10^2\,days$$

اگر سیارات هم جهت با یکدیگر نچرخند:

$$\omega_1 = -\omega_1 \; or \; \omega_2 = -\omega_2$$

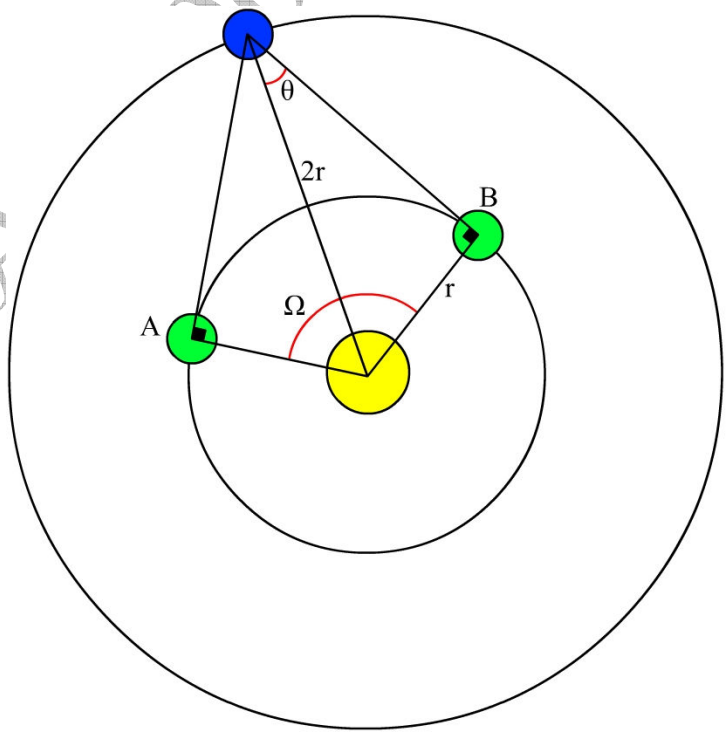
که ما اولی را انتخاب می کنیم و از روابط قبلی داریم:

$$\omega = \omega_2 + \omega_1 \Rightarrow \omega = 2.83\times10^{-2} \Rightarrow P = 221.64\,days$$

بقیه مراحل را مانند قبل انجام می دهیم:

$$\Rightarrow t = 73.9\,days$$

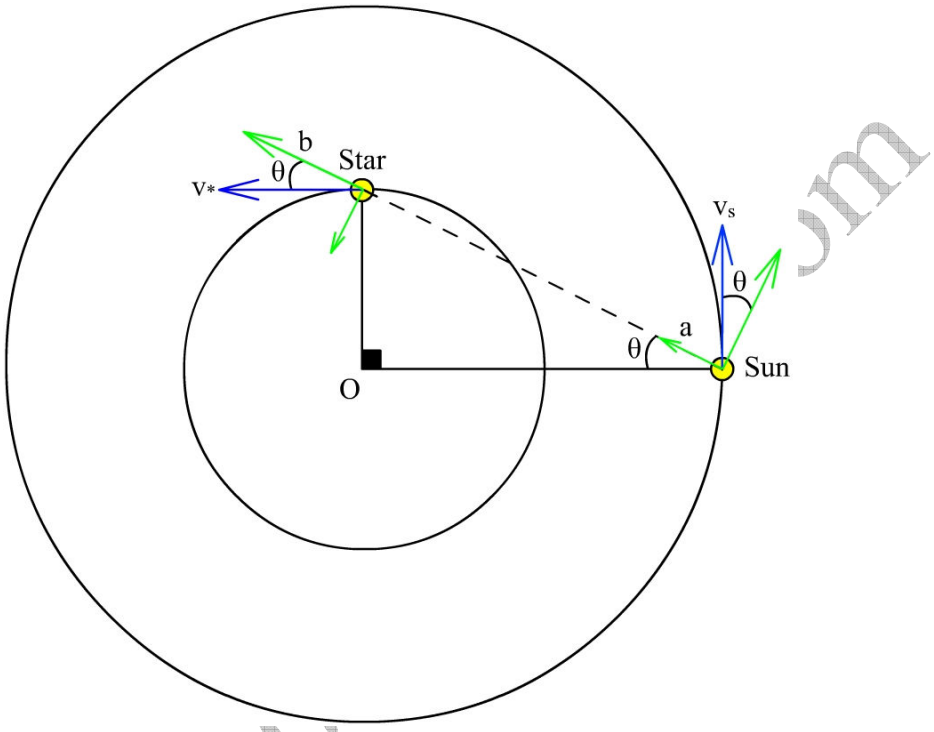
که هر دو جواب با توجه به شرایط درست است.



IRA 1306.blogfa.com

۲. ماهواره ای در منظومه شمسی می خواهد سرعت ستاره ای را که شعاع مدار آن نسبت به مرکز کهکشان (نقطه O در شکل) نصف شعاع مدار خورشید است،اندازه گیری کند(به شکل توجه کنید). در صورتی که انتقال به سرخی که این ماهواره از ستاره مذکور اندازه گیری می کند برابر $\Delta\lambda/\lambda = 2*10^{-4}$ باشد،نسبت سرعت ستاره به سرعت خورشید چقدر است؟ ماهواره در لحظه اندازه گیری روی خط واصل خورشید و ستاره مورد نظر است. سرعت خورشید $200\,km/s$ و λ نماد طول موج است.

حل:



چنین ماهواره ای فقط می تواند سرعت شعاعی (هم راستا با خط دید) را اندازه گیری کند. در شکل بالا بردارهای سرعت ستاره و خورشید (آبی رنگ) به ۲ بردار عمود بر هم (بردارهای سبز) تجزیه شده است و ماهواره فقط می تواند اختلاف a وb را اندازه گیری کند:

$$\vec{b} = v_* Cos\theta \text{ و } \vec{a} = v_S Sin\theta$$

$$\tan\theta = r_*/r_S = 0.5 \Rightarrow \theta = 26.6$$

$$\Rightarrow \vec{b} - \vec{a} = v_* Cos\theta - v_S Sin\theta \Rightarrow v_* = (\vec{b} - \vec{a} + v_S Sin\theta)/Cos\theta$$

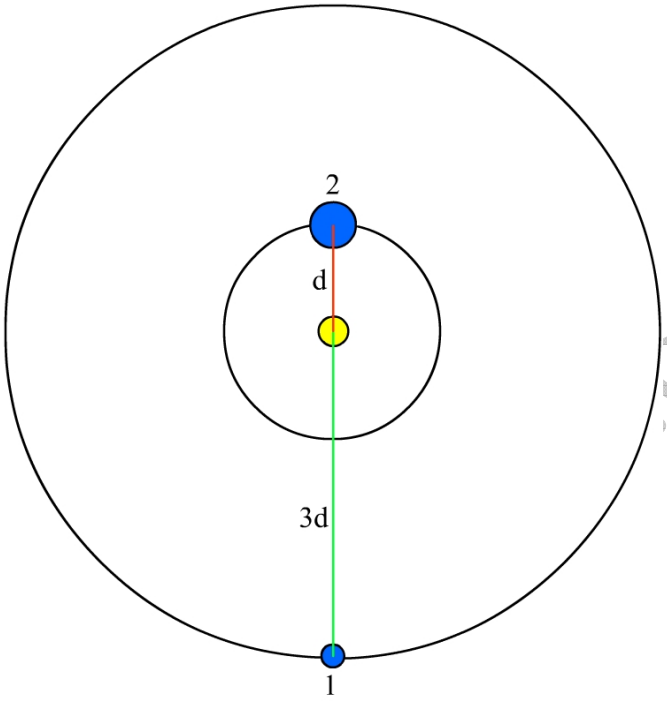
$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c} \Rightarrow v = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}c \text{ و } v = \vec{b} - \vec{a} \Rightarrow \vec{b} - \vec{a} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}c$$

$$\Rightarrow v_* = \left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda}c + v_S Sin\theta\right)/Cos\theta \Rightarrow v_* = \frac{\frac{\Delta\lambda}{\lambda}c}{Cos\theta} + v_S \tan\theta$$

$$\Rightarrow v_*/v_S = \frac{\frac{\Delta\lambda}{\lambda}c}{v_S Cos\theta} + \tan\theta \Rightarrow v_*/v_S = 8.35\times10^{-1}$$

۳. سیاره های فرضی ۱و۲ با شعاعهای R و2R و ضریب بازتابش برابر،زمانی که به ترتیب در فاصله های d و3d از خورشید هستند یکدیگر را در حالت مقارنه می بینند. قدر محاسبه شده ی سیاره ی ۱ توسط ناظر سیاره ۲، m_1 و قدر محاسبه شده ی سیاره ی ۲ توسط ناظر سیاره ی ۱، m_2 است. m_1-m_2 چقدر است؟ صفحه مداری دو سیاره تقریبا بر هم منطبق هستند و d>>R.

حل:



چون d>>R می توان سیارات را به جای نیم کره به صورت قرص در نظر گرفت.

شار دریافتی سیاره یک:

$$L_S = 4\pi(3d)^2 \times f_1 \Rightarrow f_1 = \frac{L_S}{36\pi d^2}$$

توان دریافتی سیاره یک:

$$l_1 = \frac{L_S}{36\pi d^2} \times A = \frac{L_S}{36\pi d^2} \times \pi R^2$$

توان بازتابی سیاره یک (α:ضریب بازتابش):

$$L_1 = \frac{\pi L_S R^2}{36\pi d^2}\alpha$$

شار دریافتی سیاره ۲ از سیاره ۱:

چون تابش در نصف کره بازتاب می شود به جای مساحت کره مساحت نصف کره را جایگذاری می کنیم:

$$f_{1\to 2} = \frac{L_1}{4\pi(4d)^2/2} = \frac{L_1}{2\pi(4d)^2} = \frac{L_1}{32\pi d^2} = \frac{\frac{\pi L_S R^2}{36\pi d^2}\alpha}{32\pi d^2} = \frac{\pi L_S R^2 \alpha}{36\pi d^2 * 32\pi d^2} = \frac{L_S R^2 \alpha}{1152\pi d^2}$$

حال میزان شار دریافتی سیاره ۱ از سیاره ۲ را محاسبه می کنیم:

مراحل بالا را عینا برای سیاره ۲ می نویسیم:

IRAO2006.com

$$L_S = 4\pi d^2 \times f_2 \Rightarrow f_2 = \frac{L_S}{4\pi d^2}$$

$$l_2 = \frac{L_S}{4\pi d^2} \times A = \frac{L_S}{4\pi d^2} \times \pi (2R)^2 = \frac{L_S R^2}{d^2}$$

$$L_2 = \frac{L_S R^2}{d^2}\alpha$$

$$f_{2\to 1} = \frac{L_2}{4\pi (4d)^2 / 2} = \frac{L_2}{32\pi d^2} = \frac{\frac{L_S R^2}{d^2}\alpha}{32\pi d^2} = \frac{L_S R^2 \alpha}{32\pi d^4}$$

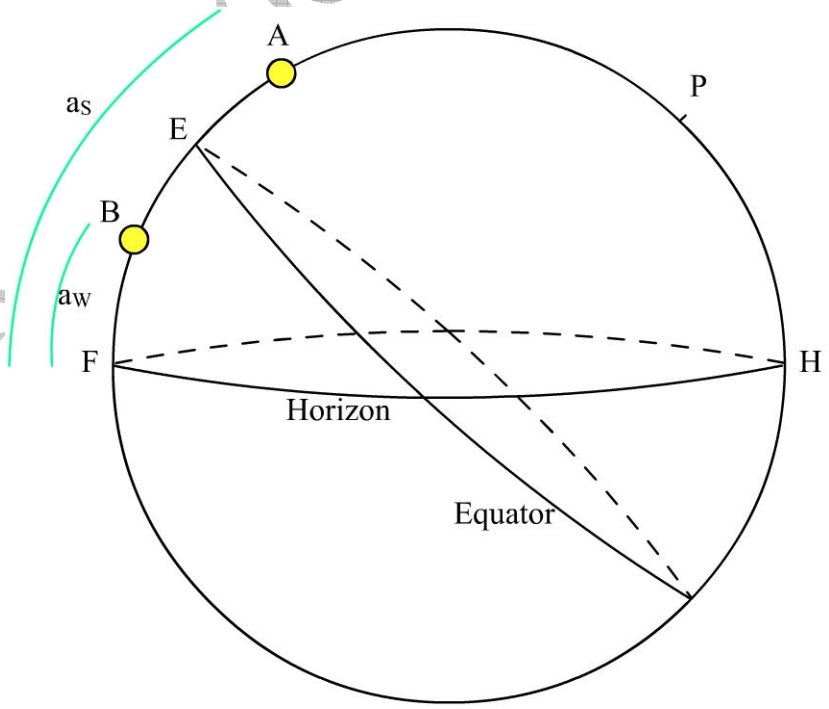
شار انرژی هر سیاره روی سیاره دیگر موجود است. حال می توانیم اختلاف قدر را محاسبه کنیم.

$$m_1 - m_2 = 2.5 \log(\frac{f_{2\to 1}}{f_{1\to 2}}) \Rightarrow m_1 - m_2 = 2.5 \log(\frac{L_S R^2 \alpha / 32\pi d^4}{L_S R^2 \alpha / 1152\pi d^4})$$

$$\Rightarrow m_1 - m_2 = 2.5 \log(\frac{1152}{32}) \Rightarrow m_1 - m_2 = 3.89$$

۴. صفحه ای با مساحت A و ضریب جذب ۰،۷ را در نظر بگیرید. این صفحه به موازات افق بر روی سطحی که عایق حرارتی است،در شهر کاشان با عرض جغرافیایی ۳۴ درجه قرار گرفته است. اختلاف دمای تعادل این صفحه در ظهر روز اول تابستان و ظهر روز اول زمستان چقدر است؟ از حضور جو صرف نظر کنید.

حل:



IR 006.blogfa.com

ارتفاع خورشید را در ظهر روز اول تابستان می یابیم:

طبق شکل:

$$\left.\begin{array}{l} \widehat{HP} = \phi = 34° \\ \widehat{PE} = 90° \\ \widehat{EA} = \varepsilon = 23.5° \end{array}\right\} \Rightarrow \widehat{HA} = \widehat{HP} + \widehat{PE} - \widehat{EA} = 100.5°$$

$$\widehat{HF} = 180° \Rightarrow \widehat{FA} = \widehat{HF} - \widehat{HA} = 79.5°$$

حال برای بدست آوردن شار موثر تابش شده بر روی صفحه باید:

$$f_{eff1} = f_S \, Sin\, a_S$$

که f_S همان ثابت خورشیدی و a ارتفاع خورشید است.

سطح شار زیر را جذب می کند:

$$f_1 = f_{eff1}\alpha = f_S \alpha \, Sin\, a_S$$

این شار برابر شار تابشی جسمی با دمای T است زیرا جسم به تعادل گرمایی رسیده و دمای آن تغییر نمی کند پس هرچه دریافت می کند را تابش می کند:

$$f_1 = \sigma T_1^{\,4} \Rightarrow T_1 = \sqrt[4]{\frac{f_1}{\sigma}} \Rightarrow T_1 = \sqrt[4]{\frac{f_S \alpha \, Sin\, a_S}{\sigma}}$$

برای زمستان:

ارتفاع خورشید را می یابیم:

$$\left.\begin{array}{l} \widehat{HP} = \phi = 34° \\ \widehat{PE} = 90° \\ \widehat{EB} = \varepsilon = 23.5° \end{array}\right\} \Rightarrow \widehat{HB} = \widehat{HP} + \widehat{PE} + \widehat{EB} = 147.5°$$

$$\widehat{HF} = 180° \Rightarrow \widehat{FB} = \widehat{HF} - \widehat{HB} = 32.5°$$

مراحل بالا را برای این حالت دوباره تکرار می کنیم:

$$f_{eff2} = f_S \, Sin\, a_W$$

$$f_2 = f_{eff2}\alpha = f_S \alpha \, Sin\, a_W$$

$$f_2 = \sigma T_2^{\,4} \Rightarrow T_2 = \sqrt[4]{\frac{f_2}{\sigma}} \Rightarrow T_2 = \sqrt[4]{\frac{f_S \alpha \, Sin\, a_W}{\sigma}}$$

اختلاف این دو دما جواب ما خواهد بود:

$$T_1 - T_2 = \sqrt[4]{\frac{f_S \alpha \, Sin\, a_S}{\sigma}} - \sqrt[4]{\frac{f_S \alpha \, Sin\, a_W}{\sigma}} = \sqrt[4]{\frac{f_S \alpha}{\sigma}} \left(\sqrt[4]{Sin\, a_S} - \sqrt[4]{Sin\, a_W}\right)$$

$$\Rightarrow T_1 - T = 50.35 = 5.03 \times 10$$

IRAO2006.blogfa.com

۵. سیاره ای فرضی روی مسیری دایره ای شکل،با دوره تناوب ۳۵۰ روز به دور خورشید می گردد.قمر این سیاره روی مداری دایره ای و با دوره تناوب ۳۰ روز به دور سیاره می چرخد. اگر حرکت قمر نسبت به خورشید تناوبی باشد ،دوره ی تناوب آن چند روز است؟

حل:

×نکته:تناوب قمر نسبت به خورشید یعنی،قرار گرفتن قمر در وضعیت اولیه نسبت به خورشید،از نظر مکان و سرعت و شتاب و...و در نتیجه قمر زمانی یک تناوب کامل را طی می کند که به همان مکان اولیه ی خود نسبت به خورشید باز گردد و این در صورتی است که سیاره نسبت به خورشید سر جای اول خود باشد و قمر هم نسبت به سیاره سرجای اول خود باشد.

کمترین مدت برای اتفاق افتادن یک تناوب کامل این است که سیاره x دور و قمر y دور زده باشند:

$$350x = 30y \Rightarrow \frac{350}{30} = \frac{y}{x} \Rightarrow \frac{35}{3} = \frac{y}{x} \Rightarrow y = 35 \text{ و } x = 3 \Rightarrow 350*3 = 30*35 = 1050\,days$$

۶. قدر مطلق بولومتریک ستاره ای با دمای سطحی 28000 k و شعاع $5.16\times10^{11}\,cm$ چقدر است؟

حل:

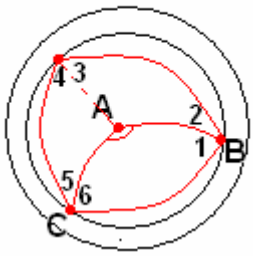
$$\frac{L}{L_{Sun}} = \frac{R^2.T^4}{R_{Sun}^2.T_{Sun}^4} = 30060.67$$

$$M_{Sun} - M = 2.5\log(\frac{L}{L_{Sun}}) \Rightarrow 4.72 - M = 2.5\log(30060.67) \Rightarrow M = -6.47$$

۷. مجموع زوایای مثلث کروی متساوی الاضلاع محاط در دایره ی مداری ۶۰ درجه ،چقدر است؟

حل:

شکل را از بالا نگاه کنید سپس دایره ی درونی را به سه قسمت تقسیم کنید، ازهر دو نقطه ی مجاور یک دایره ی عظیمه بگذرانید(از هر دو نقطه فقط یک دایره ی عظیمه می گذرد).



با حل مثلث مشخص شده می توان جواب را به دست آورد.

$$A = 120°$$

$$b = c = 30°$$

$$\text{cosine formula}: Cos\,a = Cos\,b.Cos\,c + Sin\,b.Sin\,c.Cos\,A \Rightarrow a = 51.3°$$

$$Sine\ formula: \frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin B}{\sin b} \Rightarrow B = 33.7°$$

$$6*B = 202.2°$$

IRAO2006.blogfa.com

۸. فاصله ی شباهنگ از ما ۲،۷ پارسک است . این ستاره در هر ثانیه ۸ کیلومتر به ما نزدیک مـی شـود. پـس از چند سال روشنایی شباهنگ دو برابر می شود؟

حل:

$$\frac{L_1}{L_2}=(\frac{d_2}{d_1})^2 \Rightarrow d_2=d_1\sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \quad \text{و} \quad L_2=2L_1 \Rightarrow d_2=d_1\sqrt{0.5} \Rightarrow d_2=2.7*3.09*10^{16}*\sqrt{0.5}$$

$$d_2=5.9*10^{16}\ m$$

$$\Delta d=d_2-d_1 \Rightarrow \Delta d=-2.44\times10^{16}\ m$$

$$v=\frac{\Delta d}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t=\frac{\Delta d}{v} \Rightarrow \Delta t=\frac{-2.44\times10^{16}}{-8000}=3.05\times10^{12}\ s=96791\ year$$

تهیه کنندگان: علیرضا اسکندری و الهه السادات نقیب

منتظر کلید سوالات مرحله دوم نیز باشید!!!

IRAO2006.blogfa.com