در احتمال از قوانین پیش بینی کننده که به طور قطع وقوع پدیده هایی را در کنترل داشته باشد سخن نمی گوئیم. به عنوان مثال در پرتاب تاس نمی توانیم بگوئیم کدام عدد ظاهر می شود.

اولین قدم در مطالعه اغلب آزمایشها تعیین فهرستی از نتایج ممکن برای آزمایش است. چنین فهرستی را فضای نمونه ای می نامیم.به عبارت دیگر فضای نمونه ای مجموعه ای است مانند S، که شامل همه نتایج ممکن آزمایش باشد.مثلا فضای نمونه ای آزمایش پرتاب یک تاس به صورت $S=\{۱و۲و...و۵و۶\}$ می باشد.

توجه: فضای نمونه ای پرتاب n تاس برابر ۶^n و پرتاب n سکه برابر ۲^n است.

به هر عضو از فضای نمونه ای یک حالت یا یک برآمد می گویند. وهر زیرمجموعه از فضای نمونه ای رایک پیشامد می نامند.مثلا $A=\{۲,۴,۶\}$ یک پیشامد از این فضای نمونه ای است.

اگر A پیشامدی از فضای نمونه ای S باشد، احتمال A رابا $P(A)$ نشان می دهیم وداریم: $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$

۱)متم یک پیشامد: اگر A یک پیشامد باشد،متمم A آنست A اتفاق نیفتد وبا A' نمایش می دهیم، وداریم:

$P(A')=۱-P(A)$

به عنوان مثال وقتی بخواهیم احتمال آنکه دست کم از سه سکه،یک سکه رو بیاید، را حساب کنیم، بهتر است از متمم استفاده نماییم. یعنی پیشامد **هیچ کدام ، رو نیاید** را حساب کرده و ازیک کم کنیم. (در اغلب موارد اگر بخواهیم از متمم استفاده نماییم، بایددرمسئله کلمات **دست کم، لااقل، حداقل و**.... وجود داشته باشد) پس ازمحاسبه احتمال متمم از یک کم می کنیم.

$P(\text{هیچکدام رو نیاید})=P(\text{هر سه پشت باشد})\Rightarrow P(\text{دست کم یکی از سکه ها رو بیاید})=۱-P(\text{هر سه پشت بیاید})$

$=۱-P(\text{هیچ کدام رو نیاید})$

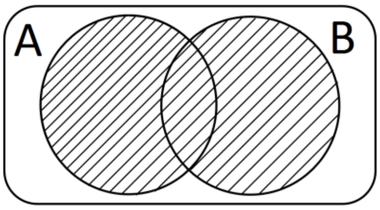
۲) اشتراک دو پیشامد: اگر A,B دو پیشامد باشند، $A\cap B$ زمانی رخ می دهد که هر دو پیشامد A و B رخ دهند.

۳) اجتماع دو پیشامد: اگر A,B دو پیشامد باشند،$A\cup B$ زمانی رخ می دهد که یکی از دو پیشامد A و B ویا هردورخ دهد وداریم:

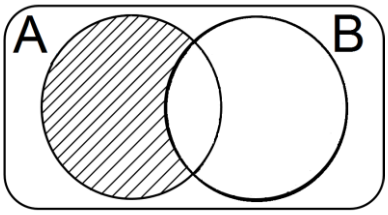
$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

۴) تفاضل دو پیشامد: اگر A,B دو پیشامد باشند،$A-B$ زمانی رخ می دهد که پیشامد A رخ دهد ولی پیشامد B رخ ندهد و داریم:

$$P(A-B)=P(A)-P(A\cap B) \quad \text{و} \quad P(B-A)=P(B)-P(A\cap B)$$



$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$



$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$

۱- اگر A, B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند، به طوریکه $P(A) = ۰/۶$ و $P(B) = ۰/۷$ و $P(A \cap B') = ۰/۲$ آنگاه حاصل $P(A' \cap B)$ کدام است؟ **(سراسری ریاضی-۹۲)**

۱) ۰/۱ ۲) ۰/۳ ۳) ۰/۴ ۴) ۰/۵

جواب :گزینه (۲) درست است. زیرا:

$$P(A \cap B') = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) \Rightarrow ۰/۲ = ۰/۶ - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = ۰/۴ \xRightarrow{\text{از طرفی}} P(A' \cap B) = P(B \cap A') = P(B - A) = P(B) - P(A \cap B)$$
$$= ۰/۷ - ۰/۴ = ۰/۳$$

۲- پنج مهره سفید با شماره های ۱ تا ۵ و۵ مهره سیاه با شماره های ۱تا۵ و یکسان را درظرفی قرار می دهیم. به تصادف دو مهره از بین آنها بیرون می آوریم. اگر مجموع شماره های هر دومهره ۶ باشد با کدام احتمال هردوهمرنگ اند؟

(سراسری ریاضی-۹۲)

۱) $\frac{۲}{۵}$ ۲) $\frac{۴}{۹}$ ۳) $\frac{۵}{۹}$ ۴) $\frac{۳}{۵}$

جواب :گزینه (۲) درست است. چون می دانیم که جمع دو مهره برابر ۶ است، پس می توان فضای نمونه ای را محدود کرد:

$$S = \{[۱w, ۵w], [۱w, ۵b], [۱b, ۵w], [۱b, ۵b], [۲w, ۴w], [۲w, ۴b], [۲b, ۴w], [۲b, ۴b], [۳w, ۳b]\}$$

$$A = \{[۱w, ۵w], [۱b, ۵b], [۲w, ۴w], [۲b, ۴b]\} \quad \Rightarrow P(A) = \frac{۴}{۹}$$

۳- دو تاس را با هم پرتاب می کنیم. با کدام احتمال مجموع دو عدد رو شده مضرب ۴ است؟ **(سراسری تجربی-۹۲)**

۱) $\frac{۲}{۹}$ ۲) $\frac{۵}{۱۸}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۵}{۱۲}$

جواب :گزینه (۳) درست است. چون دو تاس را پرتاب می کنیم پس فضای نمونه ای برابر $۳۶ = ۶^۲$ می شود. اکنون حالتهایی را که مجموع دو عدد رو شده مضرب ۴ می شوند را می نویسیم:

$$A = \{(۱,۳), (۳,۱), (۲,۲), (۲,۶), (۶,۲), (۳,۵), (۵,۳), (۴,۴), (۶,۶)\} \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۹}{۳۶}$$

۴- درکیسه ای۵ مهره باشماره های۱تا ۵ وجود دارد. این مهره ها رابه طور تصادفی و پی درپی وبدون جایگذاری خارج می کنیم. با کدام احتمال دو مهره باشماره فرد متوالیا خارج نمی شوند؟ **(سراسری تجربی-۹۲)**

۱) ۰/۱ ۲) ۰/۱۵ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) ۰/۲

جواب :گزینه (۱) درست است. تعدا مهره ها با شماره فرد برابر ۳ و تعداد مهره ها با شماره زوج برابر ۲ است. یعنی از بین این ۵ مهره تعداد مهره ها با شماره فرد یکی بیشتر از شماره های زوج است. و داریم:

$$P(A) = \frac{۳! \times ۲!}{۵!} = \frac{۱۲}{۱۲۰} = ۰/۱$$

۵- در جعبه ای ۶ مهره سفید و۹ مهره سیاه موجود است. دو مهره متوالیا وبدون جایگذاری از آن بیرون می آوریم. با کدام احتمال بدون توجه به اولین مهره، دومین مهره خارج شده سفید است؟ **(سراسری تجربی-۹۲)**

۱) $\frac{۵}{۱۴}$ ۲) $\frac{۳}{۷}$ ۳) $\frac{۲}{۵}$ ۴) $\frac{۳}{۵}$

جواب :گزینه (۳) درست است. برای اینکه دومین مهره خارج شده سفید باشد، دو حالت به وجود می آید.

الف) مهره اول سیاه و دومین مهره خارج شده سفید باشد. یا ب) مهره اول سفید و دومین مهره خارج شده سفید باشد.

پس داریم:

$$P\left(\text{سفید بودن دومین مهره}\right) = P\left(\text{دومی سفید و اولی سیاه}\right) + P\left(\text{دومی سفید و اولی سفید}\right)$$

$$= \frac{۹}{۱۵} \times \frac{۶}{۱۴} + \frac{۶}{۱۵} \times \frac{۵}{۱۴} = \frac{۲}{۵}$$

در حالت اول ما کلا ۱۵ مهره داریم

و احتمال اینکه مهره اول سیاه باشد $\frac{۹}{۱۵}$ است. حال مهره اول را که برداشتیم از کل مهره ها یک عدد کم شد پس اکنون ما در جعبه ۱۴ مهره داریم که ۶ تای آن سفید است که می شود $\frac{۶}{۱۴}$ و به همین ترتیب برای حالت دوم هم داریم: در ابتدا ۱۵ مهره داریم که احتمال انتخاب مهره سفید برابر $\frac{۶}{۱۵}$ است و پس از برداشتن یک مهره سفیدو کم شدن یک عدد از کل مهره ها و مهره سفید، احتمال سفید بودن مهره دوم برابر است با $\frac{۵}{۱۴}$

۶- در پرتاب ۶ سکه سالم احتمال آنکه همه سکه ها یکسان ظاهر شوند، چند برابر آنست که نصف سکه ها رو ونصف دیگر پشت ظاهر شوند؟

۱) $\frac{۱}{۵}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۲۰}$ ۴) $\frac{۱}{۱۰}$

جواب :گزینه (۴) درست است. ۶ سکه داریم که فضای نمونه ای برابر است با: $۲^۶$. حال هر دو حالت را بررسی می کنیم:

$$\text{همه سکه ها یکسان ظاهر شوند} = \text{همه پشت باشند} \text{ یا } \text{همه رو} = P(A) = \frac{۲}{۶۴}$$

$$\text{سه سکه رو و سه سکه پشت باشد} = \frac{\binom{۶}{۳}}{۶۴} = \frac{۲۰}{۶۴} = \frac{۱۰}{۳۲} \Rightarrow P(A) = \frac{۱}{۱۰}P(B)$$

۷- دو تاس سفید و یک تاس قرمز را پرتاب می کنیم. احتمال آنکه عدد تاس قرمز کوچکتر از تاسهای سفید باشد کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۷۲}$ ۲) $\frac{۵}{۲۱۶}$ ۳) $\frac{۵۵}{۷۲}$ ۴) $\frac{۵۵}{۲۱۶}$

جواب :گزینه (۴) درست است. ابتدا حالتها را می نویسیم. سپس حالتها را باهم جمع می زنیم: باید عدد تاس قرمز کوچکتر از تاسهای سفید باشد یعنی:

الف) اگر تاس قرمز عدد یک بیاید، باید تاس دوم و سوم اعداد ۲ تا ۶ باشند. پس $n(A_۱) = \underbrace{۵}_{\text{تاس دوم}} \times \underbrace{۵}_{\text{تاس سوم}} = ۲۵$

ب) اگر تاس قرمز عدد ۲ بیاید، باید تاس دوم و سوم اعداد ۳ تا ۶ باشند. پس $n(A_۲) = \underbrace{۴}_{\text{تاس دوم}} \times \underbrace{۴}_{\text{تاس سوم}} = ۱۶$

ج) اگر تاس قرمز عدد ۳ بیاید، باید تاس دوم و سوم اعداد ۴ تا ۶ باشند. پس $n(A_۳) = \underbrace{۳}_{\text{تاس دوم}} \times \underbrace{۳}_{\text{تاس سوم}} = ۹$

د) اگر تاس قرمز عدد ۴ بیاید، باید تاس دوم و سوم اعداد ۵ تا ۶ باشند. پس $n(A_۴) = \underbrace{۲}_{\text{تاس دوم}} \times \underbrace{۲}_{\text{تاس سوم}} = ۴$

ه) اگر تاس قرمز عدد ۵ بیاید، باید تاس دوم و سوم عدد۶ باشند. پس $n(A_۵) = \underbrace{۱}_{\text{تاس دوم}} \times \underbrace{۱}_{\text{تاس سوم}} = ۱$

$$\Rightarrow n(A) = ۱ + ۴ + ۹ + ۹ + ۱۶ + ۲۵ = ۵۵ \Rightarrow P(A) = \frac{۵۵}{۲۱۶}$$

۸- روی تاسی ارقام ۳-۳-۳-۲-۲-۱ نوشته شده است. احتمال آنکه در پرتاب دو بار تاس مجموع ۴ ظاهر شود کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۹}$ ۲) $\frac{۵}{۱۸}$ ۳) $\frac{۵}{۳۶}$ ۴) $\frac{۵}{۶}$

جواب :گزینه (۲) درست است. ابتدا حالاتی را که مجموع برابر ۴ می شود را می نویسیم: (۲,۲) یا(۳,۱) یا(۱,۳). پس داریم:

$\frac{۱}{۶} =$ احتمال آمدن عدد ۱ و $\frac{۲}{۶} =$ احتمال آمدن عدد ۲ و $\frac{۳}{۶} =$ احتمال آمدن عدد ۳

پس احتمال رخ دادن (۳,۱) یا(۱,۳) برابر است با: $\frac{۳}{۳۶} = \frac{۱}{۶} \times \frac{۳}{۶}$ و پس احتمال رخ دادن (۲,۲) برابر است با: $\frac{۴}{۳۶} = \frac{۲}{۶} \times \frac{۲}{۶}$.

$$\Rightarrow P = \frac{۴}{۳۶} + \frac{۳}{۳۶} + \frac{۳}{۳۶} = \frac{۵}{۱۸}$$

۹- هر یک از ارقام ۵و۴و۳و۲و۱ را در یکی از ۶ خانه ردیف هم و به تصادف قرار می دهیم. با کدام احتمال این ارقام در خانه های متوالی و دو رقم زوج کنار هم قرار می گیرند؟ **(سراسری ریاضی-۸۷)**

۱) $\frac{۱}{۵}$ ۲) $\frac{۱}{۱۰}$ ۳) $\frac{۱}{۱۵}$ ۴) $\frac{۲}{۱۵}$

جواب :گزینه (۲) درست است. ابتدا باید ۵ خانه از این ۶ خانه را انتخاب و اعداد را در این ۵ خانه قرار می دهیم. پس فضای نمونه ای برابر است با: $n(S) = \binom{۶}{۵} \times ۵! = ۷۲۰$. البته به این صورت هم می توان گفت که $P(۶,۵) = ۷۲۰$ حال به سراغ بقیه خواسته های مسئله می رویم. مسئله از ما دو شرط خواسته الف) در خانه های متوالی که در این مورد ما دو حالت

داریم یکی ۵ خانه سمت چپ یا ۵ خانه سمت راست. ب) دو رقم زوج کنار هم. دو رقم زوج را کنار هم قرار می دهیم که به $۲!$ طریق می توانند جابجا شوند. حال این دو عدد زوج را یک عدد در نظر می گیریم که با سه رقم دیگر به $۴!$ طریق می توانند جابجا شوند. پس برای دو حالت الف و ب طبق اصل ضرب داریم: $\underbrace{۲}_{\text{حالت الف}} \times \underbrace{۲! \times ۴!}_{\text{حالت ب}} = ۹۶$. پس جواب نهایی برابر است با:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۹۶}{۷۲۰}$$

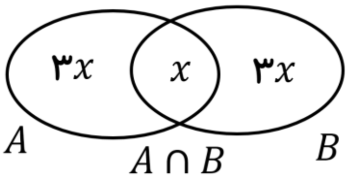
۱۰- اگر $P(A' \cap B') = P(B) = P(A) = ۴P(A \cap B)$ آنگاه حاصل $P(A - B)$ کدام است؟

۱) صفر ۲) $\frac{۱}{۱۱}$ ۳) $\frac{۳}{۱۱}$ ۴) $\frac{۴}{۱۱}$

جواب :گزینه (۲) درست است.

$$P(A' \cap B') = P(B) \Rightarrow ۱ - P(A \cup B) = P(B) \Rightarrow ۱ - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)] = P(B)$$

پس بر طبق شکل مقابل داریم:



$$۱ - [۴x + ۴x - x] = ۴x \Rightarrow x = \frac{۱}{۱۱}$$

$$\Rightarrow P(A - B) = ۳x = \frac{۳}{۱۱}$$

در واقع $p(A) = p(B) = ۴x$ است.

۱۱- اگر $P(A) + P(A' \cap B) = P(A \cap B)$ باشد $P(A - B)$ کدام است؟

۱) $P(A)$ ۲) صفر ۳) $P(A \cap B)$ ۴) $P(B' - A)$

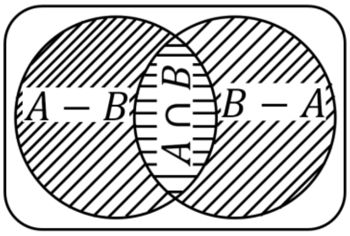
جواب :گزینه (۲) درست است. هیچ راهی نداریم به غیر از اینکه از طریق خواص مجموعه ها استفاده کنیم. در چنین مواقعی Pها را برمی داریم و به جای علامت جمع از علامت اجتماع و به جای علامت ضرب از اشتراک استفاده می کنیم.

$$P(A) + P(A' \cap B) = P(A \cap B) \Rightarrow A \cup (A' \cap B) = A \cap B \Rightarrow (A \cup A') \cap (A \cup B) = A \cap B$$

$$\Rightarrow M \cap (A \cup B) = A \cap B \Rightarrow (A \cup B) = A \cap B \Rightarrow A = B \Rightarrow P(A - B) = ۰$$

با توجه به شکل رو به رو می توانیم بنویسیم:

$$P(A\cup B)=P(A-B)+P(A\cap B)+P(B-A)$$



۱۲- اگر $P(A-B)=P(A\cap B)=P(B-A)=\frac{P(A')}{۶}$ باشد حاصل $\frac{P(B')}{P(A\cup B)}$ کدام است؟

۱) ۱   ۲) ۲   ۳) ۳   ۴) ۴

جواب: گزینه (۲) درست است.

$$\frac{P(B')}{P(A\cup B)}=\frac{۱-P(B)}{P(A-B)+P(A\cap B)+P(B-A)}$$

از طرفی چون $P(A-B)=P(B-A)$ است پس $P(A)=P(B)$ و طبق صورت مسئله داریم:

$$P(A)=P(B)=\frac{P(A')}{۶}$$

پس در ساده شده صورت مسئله به جای $P(B)$ و $P(A)$، $\frac{P(A')}{۶}$ قرار می دهیم:

$$\frac{۱-P(B)}{P(A-B)+P(A\cap B)+P(B-A)}=\frac{\overbrace{۱-P(A)}^{P(A')}}{\frac{P(A')}{۶}+\frac{P(A')}{۶}+\frac{P(A')}{۶}}=۲$$

۱۳- اگر $(P(A))^۲+(P(B))^۲=P(A\cup B)+P(A\cap B)$ و A و B مساوی نباشند، حاصل $P(A')+P(B')$ کدام است؟

۱) ۱   ۲) ۲   ۳) صفر   ۴) اطلاعات مسئله کافی نیست.

جواب: گزینه (۱) درست است. این دفعه من طرف دوم را باز می کنم:

$$P(A\cup B)+P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)+P(A\cap B)=P(A)+P(B)\Rightarrow$$

$$(P(A))^۲+(P(B))^۲=P(A)+P(B)\Rightarrow\begin{cases}P(A)=۰\Rightarrow P(A')=۱\\P(B)=۱\Rightarrow P(B')=۰\end{cases}\text{یا}\begin{cases}P(A)=۱\Rightarrow P(A')=۰\\P(B)=۰\Rightarrow P(B')=۱\end{cases}$$

$$\Rightarrow P(A')+P(B')=۱$$

۱۴- از مجموعه $\{۱۰۱و۱۰۲و...و۶۰۰\}$ یک عدد به تصادف انتخاب می کنیم. با کدام احتمال این عدد مضرب ۵ می باشد ولی بر ۶ بخش پذیر نیست یا مضرب ۵ نیست ولی بر ۶ بخش پذیر است؟ **(سراسری ریاضی-۸۹)**

۱) ۰/۳   ۲) ۰/۳۲   ۳) ۰/۳۶   ۴) ۰/۴

جواب :گزینه (۱) درست است. اولا طبق صورت سوال کلا ۵۰۰ عدد داریم و برای اینکه بخواهیم تعداد اعدادی که در این بازه بر ۵ بخش پذیر باشد را حساب کنیم باید از جز صحیح کمک بگیریم. (در بخش تابع در مورد جز صحیح بحث خواهیم کرد).

مثلا میخواهیم بدانیم در بازه $\{۱,۲, ... ۱۰۰\}$ چند عدد بر ۷ بخش پذیر است داریم: $\left[\frac{۱۰۰}{۷}\right] = ۱۴$ پس با این استدلال به سراغ حل تست می رویم: اگر پیشامد A تعداد اعداد مضرب ۵ و پیشامد B تعداد اعداد مضرب ۶ باشد، پس داریم:

$$P(A) = \frac{\left[\frac{۶۰۰}{۵}\right] - \left[\frac{۱۰۰}{۵}\right]}{۵۰۰} = \frac{۱۲۰ - ۲۰}{۵۰۰} = \frac{۱۰۰}{۵۰۰} \quad , \quad P(B) = \frac{\left[\frac{۶۰۰}{۶}\right] - \left[\frac{۱۰۰}{۶}\right]}{۵۰۰} = \frac{۱۰۰ - ۱۶}{۵۰۰} = \frac{۸۴}{۵۰۰}$$

$$P(A \cap B) = \frac{\left[\frac{۶۰۰}{۳۰}\right] - \left[\frac{۱۰۰}{۳۰}\right]}{۵۰۰} = \frac{۲۰ - ۳}{۵۰۰} = \frac{۱۷}{۵۰۰}$$

حال خواسته مسئله را به فرم ریاضی در می آوریم:

$$P(A - B) + P(B - A) = P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= P(A) + P(B) - ۲P(A \cap B) = \frac{۱۰۰}{۵۰۰} + \frac{۸۴}{۵۰۰} - ۲ \times \frac{۱۷}{۵۰۰} = \frac{۳}{۱۰}$$

۱۵- ظرف دارای ۴ مهره سفید و۵ مهره سیاه است و هر یک از دو ظرف یکسان و دارای ۶ مهره سفید و۳ مهره سیاه است، به تصادف یکی از سه ظرف را انتخاب کرده و۴ مهره از آن خارج می کنیم. با کدام احتمال دو مهره از مهره های خارج شده، سفید است؟ **(سراسری تجربی-۹۳)**

۱) $\frac{۲۵}{۶۳}$　　۲) $\frac{۲۶}{۶۳}$　　۳) $\frac{۱۰}{۲۱}$　　۴) $\frac{۱۱}{۲۱}$

جواب :گزینه (۱) درست است. ابتدا باید یکی از سه ظرف را انتخاب کرده و سپس احتمال سفید بودن دو مهره از آن را بدست آوریم:

$$P = \frac{۱}{۳}\left(\frac{\binom{۴}{۲}\binom{۵}{۲}}{\binom{۹}{۴}} + \underbrace{۲ \times \frac{\binom{۶}{۲}\binom{۳}{۲}}{\binom{۹}{۴}}}_{\text{ظروف } B,C \text{ یکسان است}}\right) = \frac{۱}{۳}\left(\frac{۱۵۰ \times ۴!}{۹ \times ۸ \times ۷ \times ۶}\right) = \frac{۲۵}{۶۳}$$

۱۶- پنج مهره سفید وپنج مهره سیاه را در ظرفی ریخته ایم. به تصادف دو مهره از ظرف خارج می کنیم. باکدام احتمال هر دو مهره همرنگ اند؟ **(سراسری ریاضی- خارج ازکشور۹۲)**

۱) $\frac{۲}{۵}$　　۲) $\frac{۴}{۹}$　　۳) $\frac{۳}{۵}$　　۴) $\frac{۵}{۹}$

جواب :گزینه (۲) درست است. باید مهره هایی که انتخاب می کنیم، همرنگ باشد. پس داریم:

$$p = \frac{\binom{۵}{۲} + \binom{۵}{۲}}{\binom{۱۰}{۲}} = \frac{۲۰}{۴۵} = \frac{۴}{۹}$$

۱۷- چهار دانش آموز یک کلاس بر یک نیمکت نشسته اند. با کدام احتمال ماه تولد حداقل دو نفر آنان یکسان است؟ **(سراسری ریاضی- خارج ازکشور۹۲)**

۱) $\frac{۱۹}{۴۸}$　　۲) $\frac{۴۱}{۹۶}$　　۳) $\frac{۲۳}{۴۸}$　　۴) $\frac{۵۵}{۹۶}$

جواب :گزینه (۲) درست است. از قضیه متمم استفاده می کنیم.

$$p\left(\text{ماه تولد حداقل دو نفر یکسان باشد}\right)=۱-p\left(\text{ماه تولد هیچ کدام یکسان نباشد}\right)=۱-\left(\frac{۱۲}{۱۲}\times\frac{۱۱}{۱۲}\times\frac{۱۰}{۱۲}\times\frac{۹}{۱۲}\right)$$

$$=\frac{۴۱}{۹۶}$$

۱۸- در جعبه اول ۴مهره سفید و۳مهره سیاه، در جعبه دوم ۳ مهره سفیدو۶ مهره سیاه موجود است. به تصادف یکی از جعبه ها را انتخاب ودو مهره با هم از آن بیرون می آوریم. با کدام احتمال هر دو مهره خارج شده سفید است؟

(سراسری تجربی- خارج ازکشور۹۲)

۱) $\frac{۳۱}{۱۶۸}$ ۲) $\frac{۱۱}{۵۶}$ ۳) $\frac{۱۷}{۸۴}$ ۴) $\frac{۱۳}{۵۶}$

جواب :گزینه (۱) درست است.

$$p=\frac{۱}{۲}\times\frac{\binom{۴}{۲}}{\binom{۷}{۲}}+\frac{۱}{۲}\times\frac{\binom{۳}{۲}}{\binom{۹}{۲}}=\frac{۱}{۲}\left(\frac{۶}{۲۱}+\frac{۳}{۳۶}\right)=\frac{۳۱}{۱۶۸}$$

۱۹- در ظرفی ۴ مهره سفید و۵ مهره سیاه موجود است. به تصادف ۳ مهره خارج می کنیم. با کدام احتمال مهره های خارج شده همرنگ است؟

۱) $\frac{۱}{۶}$ ۲) $\frac{۳}{۱۴}$ ۳) $\frac{۲}{۹}$ ۴) $\frac{۵}{۱۴}$

جواب :گزینه (۱) درست است. چون مهره های خارج شده باید همرنگ باشد، پس باید یا هر دو سفید باشد یا هر دو سیاه. و داریم:

$$P=\frac{\overbrace{\binom{۴}{۳}}^{\text{هر دو سفید}}+\overbrace{\binom{۵}{۳}}^{\text{هر دو سیاه}}}{\binom{۹}{۳}}=\frac{۴+۱۰}{۸۴}=\frac{۱۴}{۸۴}=\frac{۱}{۶}$$

۱)دو پیشامد ناسازگار: اگر دو پیشامد A و B <u>نتوانند</u> باهم رخ دهند آن دو پیشامد را ناسازگار گویند. به عبارت دیگر وقوع یکی به معنای عدم وقوع دیگری است. مثلا پیشامد رخ دادن عدد زوج با عدد فرد در پرتاب تاس ناسازگارند و داریم:

$$A\cap B=\emptyset \qquad \Rightarrow \qquad P(A\cap B)=۰ \qquad \Rightarrow \qquad P(A\cup B)=P(A)+P(B)$$

پس اگر دو پیشامد A و B ناسازگار باشند، A و $\acute{B}$ وهمین طور B و $\acute{A}$ حتما سازگارند واگر A و B متمم یکدیگر نباشند $\acute{A}$ و $\acute{B}$ نیز سازگارند.

۲)دو پیشامد مستقل: اگر A,B به قسمی باشند که وقوع یا عدم وقوع یکی در احتمال وقوع دیگری تاثیر نداشته باشد،آن دو پیشامد را مستقل می گوییم،اگر مستقل باشد، داریم:

$$P(A\cap B)=P(A)P(B) \quad \Rightarrow \quad P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A)P(B)$$

پس اگر دو پیشامد A و B مستقل باشند، پیشامدهای A و $\acute{B}$ وهمین طور B و $\acute{A}$ ، همین طور $\acute{A}$ و $\acute{B}$ نیز مستقلند.

احتمال شرطی: فرض کنید A و B دو پیشامد باشند، در این صورت اگر B رخ داده باشد، احتمال وقوع A را به شرط وقوع B را بانماد $P(A|B)$ نشان می دهیم وداریم:

$$P(A|B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

مثلا احتمال اینکه یک عدد طبیعی یک رقمی اول باشد، داریم:

$$S = \{۱,۲,۳,\cdots,۹\} \quad , \quad A = \{۲,۳,۵,۷\} \quad \Rightarrow \quad P(A) = \frac{۴}{۹}$$

اما اگر در همین مسئله اطلاعاتی بما بدهند مبنی بر اینکه این عدد زوج باشد:

$$S = \{۲,۴,۶,۸\} \quad , \quad A = \{۲\} \quad \Rightarrow \quad P(A) = \frac{۱}{۴}$$

در ضمن از فرمول بالا هم می توان اشترک را بدست آورد:

$$P(A \cap B) = P(B)P(A|B) = P(A)P(B|A)$$

قانون جمع احتمالها: گاهی در برخی مسائل، فضای نمونه ای به صورت مجموعه های مجزا است که حتما یکی از آنها رخ می دهد وهیچ یک با هم اشتراک ندارند و اجتماع تمام این مجموعه ها برابر فضای نمونه ای است وداریم:

$$P(E) = P(E_۱)P(E|E_۱) + P(E_۲)P(E|E_۲) + \cdots$$

۲۰- دو تاس همگن را انداخته ایم. اگر حاصلجمع شماره های رو شده کمتر از ۶ باشد، احتمال آنکه شماره یکی از تاسهای رو شده ۲ باشدکدام است؟ **(سراسری ریاضی-۹۱)**

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۲}{۵}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۳}{۵}$

جواب :گزینه (۳) درست است.

$$S = \{(۱,۱),(۱,۲),(۱,۳),(۱,۴),(۲,۱),(۲,۲),(۲,۳)(۳,۱),(۳,۲),(۴,۱)\}$$

$$A=\{(۱,۲),(۲,۱),(۲,۲),(۳,۲),(۲,۳)\} \Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۵}{۱۰}=\frac{۱}{۲}$$

۲۱- اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه S باشند،به طوریکه $A\subset B$ و $P(A)=\frac{۱}{۳}$ و $P(B)=\frac{۳}{۴}$، آنگاه $P(B|\acute{A})$ برابر کدام گزینه خواهد بود؟ **(سراسری ریاضی- خارج ازکشور۹۰)**

۱) $\frac{۳}{۸}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۷}{۱۲}$ ۴) $\frac{۵}{۸}$

جواب :گزینه (۴) درست است. اولا $P(B|\acute{A})$ از ما خواسته شده است، پس اول این مورد را باز می کنیم تا ببینیم کلا چی لازم داریم:

$$P(B|\acute{A})=\frac{P(B\cap A')}{P(A')}=\frac{P(B-A)}{۱-P(A)}=\frac{P(B)-P(B\cap A)}{۱-P(A)}\xRightarrow{\text{از طرفی}} A\subset B\Rightarrow B\cap A=A$$

$$\Rightarrow\frac{P(B)-P(B\cap A)}{۱-P(A)}=\frac{P(B)-P(A)}{۱-P(A)}=\frac{\frac{۳}{۴}-\frac{۱}{۳}}{\frac{۲}{۳}}=\frac{۵}{۸}$$

۲۲- احتمال قبولی دو دوست در کنکور امسال به ترتیب ۰/۴ و ۰/۶ است. احتمال آنکه فقط یکی از آنها قبول شود چقدر است؟

۱) ۰/۴۸ ۲) ۰/۵۶ ۳) ۰/۵۲ ۴) ۰/۴۲

جواب :گزینه (۳) درست است. اگر A، پیشامد قبولی نفر اول و B، پیشامد قبولی نفر دوم باشد، ملاحظه می شود که این دو پیشامد از هم مستقلند. یعنی $P(A\cap B)=P(A)P(B)$. از طرفی احتمال آنکه فقط یکی از آنها قبول شود یعنی:

روش اول: $P(A)\times P(B')+P(A')\times P(B)=۰/۴\times ۰/۴+۰/۶\times ۰/۶=۰/۵۲$

روش دوم:

$$P(A-B)+P(B-A)=P(A)-P(A\cap B)+P(B)-P(A\cap B)$$
$$=P(A)+P(B)-۲P(A\cap B)=۰/۴+۰/۶-۲\times(۰/۴\times ۰/۶)=۰/۵۲$$

۲۳- دو تاس سالم را با هم پرتاب می کنیم تا برای اولین بار هر دو عدد رو شده زوج باشد. با کدام احتمال حداکثر در سه پرتاب نتیجه حاصل می شود؟ **(سراسری تجربی-۹۱)**

۱) $\frac{۲۷}{۶۴}$ ۲) $\frac{۳۷}{۶۴}$ ۳) $\frac{۱۹}{۳۲}$ ۴) $\frac{۳۹}{۶۴}$

جواب :گزینه (۲) درست است. برای اینکه حداکثر در سه پرتاب به نتیجه برسیم، سه حالت داریم:

الف: در پرتاب اول به نتیجه برسیم، که برابر است با: $\frac{۳}{۶}\times\frac{۳}{۶}=\frac{۱}{۴}$

بچه ها این یعنی اینکه احتمال اینکه در هر پرتاب به نتیجه برسیم برابر $\frac{۱}{۴}$ و احتمال اینکه در همان پرتاب به نتیجه نرسیم برابر $\frac{۳}{۴}$ است. حال برای پرتابهای دیگر داریم:

ب: در پرتاب اول به نتیجه نرسیم و در پرتاب دوم به نتیجه برسیم: $\left(\frac{۳}{۴}\right)\times\frac{۱}{۴}=\frac{۳}{۱۶}$

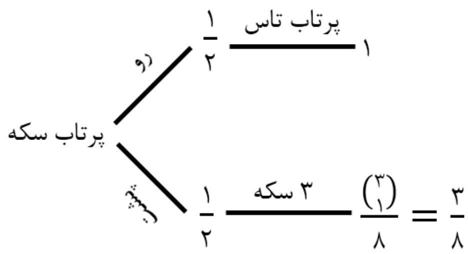
ج: در پرتاب اول به نتیجه نرسیم و در پرتاب دوم نیز به نتیجه نرسیم و در پرتاب سوم به نتیجه برسیم:

$$\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{9}{64}\xRightarrow{\text{پس در حالت کلی داریم}}\frac{1}{4}+\frac{3}{16}+\frac{9}{64}=\frac{37}{64}$$

۲۴- سکه ای را پرتاب می کنیم. اگر «رو» بیاید، تاس می ریزیم و اگر«پشت» بیاید سه سکه دیگر را با هم می ریزیم. در این آزمایش احتمال اینکه دقیقا یک سکه «رو» بیاید کدام است؟ **(سراسری ریاضی-۸۹)**

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{9}{16}$ ۳) $\frac{5}{8}$ ۴) $\frac{11}{16}$

جواب :گزینه (۴) درست است. نمودار درختی آنرا رسم می کنیم:

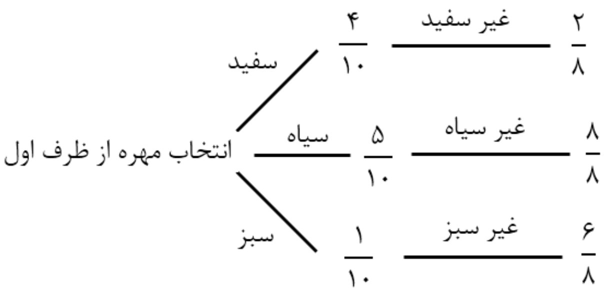


$$P=\frac{1}{2}\times 1+\frac{1}{2}\times\frac{3}{8}=\frac{11}{16}$$

۲۵- در ظرفی ۴ سفید،۵ سیاه ،۱ سبز وجود دارد.در ظرف دیگر ۶ سفید و۲ سبز قرار دارد. به تصادف از هر ظرف یک مهره بیرون می آوریم. با کدام احتمال رنگ این دو مهره متفاوت است؟ **(سراسری ریاضی- خارج ازکشور۸۹)**

۱) $\frac{19}{40}$ ۲) $\frac{21}{40}$ ۳) $\frac{23}{40}$ ۴) $\frac{27}{40}$

جواب :گزینه (۴) درست است. باز هم نمودار درختی:



$$\Rightarrow P=\frac{4}{10}\times\frac{2}{8}+\frac{5}{10}\times\frac{8}{8}+\frac{1}{10}\times\frac{6}{8}=\frac{27}{40}$$

۲۶- در یک شرکت بسته بندی کالا درصد محصولات تولیدی با سه دستگاه A و B و C و به ترتیب ۳۰ و ۴۵ و ۲۵ می باشد. می دانیم یک درصد از محصولات A و۲ درصد محصولات B و۴ درصد از محصولات C معیوب اند. اگر یک کالا به تصادف از بین این محصولات انتخاب کنیم احتمال سالم بودن آن کدام است؟ **(سراسری ریاضی- خارج ازکشور۸۹)**

۱)۰/۹۷۵ ۲)۰/۹۷۸ ۳)۰/۹۸۲ ۴)۰/۹۸۷

جواب :گزینه (۴) درست است. باز هم نمودار درختی:

۲۷- در یک آزمون از دو کلاس A و B، ۴۰ درصد دانش آموزان کلاس A و ۶۰ درصد دانش آموزان کلاس B قبول شده اند. اگر تعداد داوطلبین درکلاس A دوبرابر کلاس B باشد و فردی به تصادف از بین قبول شدگان انتخاب شود تقریبا با کدام احتمال این فرد از کلاس A است؟ **(سراسری ریاضی- خارج ازکشور۸۸)**

۱) ۰/۴۳ ۲) ۰/۵۷ ۳) ۰/۶۱ ۴) ۰/۶۳

جواب :گزینه (۲) درست است.

$$P\left(A\middle|\text{قبولی}\right)=\frac{P\left(A\cap \text{قبولی}\right)}{P\left(\text{قبولی}\right)}$$

از طرفی اگر تعداد دانش آموزان کلاس B را x ازآنگاه تعداد دانش آموزان کلاس A برابر $۲x$ و در نتیجه تعداد کل دانش آموزان هر دو کلاس برابر $۳x$ خواهد بود. پس داریم:

$$P\left(A\ \text{قبولی}\right)=\frac{۴۰}{۱۰۰}\times ۲x=۰/۸x \qquad \Rightarrow \qquad P\left(B\ \text{قبولی}\right)=\frac{۶۰}{۱۰۰}\times x=۰/۶x$$

$$P\left(\text{قبولی}\right)=\frac{۰/۸\,x}{۳x}+\frac{۰/۶\,x}{۳x}=\frac{۷}{۱۵} \qquad \Rightarrow \qquad P\left(A\cap \text{قبولی}\right)=\frac{۰/۸\,x}{۳x}=\frac{۴}{۱۵}$$

$$P\left(A\middle|\text{قبولی}\right)=\frac{P\left(A\cap \text{قبولی}\right)}{P\left(\text{قبولی}\right)}=\frac{\frac{۴}{۱۵}}{\frac{۷}{۱۵}}=\frac{۴}{۷}\approx ۰/۵۷$$

۲۸- اگر A و B دوپیشامد مستقل باشند،کدام گزینه درست است؟

۱) $P(A-B)=P(A)-P(B)$ ۲) $P(A-B)=P(A)\times P(B')$

۳) $P(A-B)=P(A)\times P(B)$ ۴) $P(A-B)=P(B-A)$

جواب :گزینه (۲) درست است. A و B دوپیشامد مستقل است بنابراین متممهای آنها نیز مستقل است. پس داریم:

$$P(A-B)=P(A\cap B')=P(A)\times P(B')$$

۲۹- از کیسه ای با ۴ مهره قرمز و۵ مهره سفید،۸ مهره بیرون آورده ایم. احتمال آنکه مهره قرمز در کیسه مانده باشد، چقدر است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۴}{۹}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

جواب :گزینه (۳) درست است. از ۹ مهره قرار است ۸ مهره بیرون آورده شود و در نهایت یک مهره قرمز باقی بماند. پس ۵ مهره سفید و ۳ مهره قرمز باید بیرون آورده شود:

$$P=\frac{\binom{۴}{۳}\binom{۵}{۵}}{\binom{۹}{۸}}=\frac{۴}{۹}$$

به این صورت هم میشود گفت که احتمال اینکه یک مهره قرمز در کیسه بماند با احتمال $\frac{۴}{۹}$ است و از بقیه مهره ها خبر نداریم.

۳۰- در جعبه ای ۵ مهره سفید و۳ مهره سیاه و۲ مهره قرمز وجود دارد. ۹ مهره از این جعبه انتخاب می کنیم. احتمال اینکه مهره باقی مانده در جعبه سیاه نباشد؟

۱) ۰/۶ ۲) ۰/۷ ۳) ۰/۸ ۴) ۰/۵

جواب :گزینه (۲) درست است. احتمال اینکه مهره باقی مانده در جعبه سیاه نباشد، یعنی مهره ای که در ظرف باقی می ماند سفید یا قرمز باشد. پس داریم:

$$P=\frac{\binom{۷}{۱}}{\binom{۱۰}{۱}}=۰/۷$$

۳۱- روی تاسی ارقام ۳ و۳ و۳ و۲ و۲ و۱ نوشته شده است. این تاس را ۳ بار می اندازیم. چقدر احتمال دارد حاصلضرب ارقام رو شده فرد باشد؟

۱) $\frac{۱}{۸}$ ۲) $\frac{۱}{۲۷}$ ۳) $\frac{۸}{۲۷}$ ۴) $\frac{۴}{۹}$

جواب :گزینه (۳) درست است. حاصلضرب رقمها وقتی فرد است که همه رقمها فرد باشد، پس باید هر سه بار فرد بیاید. پس داریم:

$$\text{فرد}:\{۱,۳,۳,۳\}\quad,\qquad \text{کل}=\{۱,۲,۲,۳,۳,۳\}\ \Rightarrow \text{احتمال فرد بودن}=\frac{۴}{۶}=\frac{۲}{۳}$$

$$\Rightarrow \text{احتمال ۳ بار فرد آمدن}=\frac{۲}{۳}\times\frac{۲}{۳}\times\frac{۲}{۳}=\frac{۸}{۲۷}$$

۳۲- زهرا ۷۰ درصد مطالب یک آزمون را می داند. اگر وی یک تست از آزمون را بداند، درست پاسخ می گوید، وگرنه به تصادف یکی از ۴ گزینه را انتخاب می کند. احتمال آنکه زهرا به یک تست جواب درست بدهد، کدام است؟

۱) ۰/۹۵ ۲) ۰/۷۷۵ ۳) ۰/۷ ۴) ۰/۲۵

جواب :گزینه (۲) درست است.

توزیع دو جمله ای ومتغیر تصادفی:

اگر در آزمایشی به هر نتیجه آزمایش عددی نسبت دهیم، این عدد را متغیر تصادفی می نامیم که معمولامتغیر تصادفی را با حروف بزرگ X و Y نمایش میدهیم. مثلا تعداد سکه های رو آمده در دوبار پرتاب سکه یک متغیر تصادفی است. در این آزمایش اگر نام متغیر تصادفی را X بنامیم، $X = ۰$ به این معنی است که در هر دو پرتاب سکه پشت آمده یا در $X = ۱$ یعنی در یکی از پرتابها رو آمده است. اگر احتمال حالتهای مختلف یک متغیر تصادفی را محاسبه نماییم توزیع احتمال متغیر تصادفی بدست می آید. در مثال قبلی توزیع احتمال به صورت زیر است:

X	۰	۱	۲
$P(X)$	$\frac{۱}{۴}$	$\frac{۱}{۲}$	$\frac{۱}{۴}$

در ضمن توجه داشته باشید که در یک جدول توزیع احتمال مجموع مقادیر احتمال همواره برابر ۱ است.

توزیع دو جمله ای: اگرآزمایشی دارای خصوصیات زیر باشد:

۱) آزمایش دارای ۲ نتیجه است یکی شکست ودیگری پیروزی که احتمال شکست را با$P - ۱$ واحتمال پیروزی را با P نشان می دهیم.

۲) آزمایش n بار تکرار شده باشد(تعداد آزمایشها ثابت باشد).

۳) آزمایشها از هم مستقل باشد، مثل چندبار پرتاب یک سکه که هر کدام از پرتابها مستقل از دیگری است.

پس احتمال k بار پیروزی در n بار آزمایش یعنی $P(X = k)$ را از رابطه زیر بدست می آوریم که هر متغیر تصادفی به شکل زیر را توزیع دو جمله ای می نامند.

$$P(X = k) = \binom{n}{k} P^k (۱ - P)^{n-k}$$

مثلا اگر در ۶ بار پرتاب یک سکه متغیر تصادفی X را تعداد دفعاتی که سکه رو می آید، فرض کنیم داریم:

۱) در این آزمایش رو پیروزی و پشت شکست است که احتمال پیروزی وشکست برابر $\frac{۱}{۲}$ است.

۲) آزمایش به تعداد دفعات مشخص ۶ بار تکرار شده است.

۳) آزمایشها از هم مستقلند. پس در این آزمایش اگر بخواهیم احتمال دقیقا ۳ بار رو آمدن سکه را محاسبه نمائیم، داریم:

$$P(X = ۳) = \binom{۶}{۳} (\frac{۱}{۲})^{۳} (\frac{۱}{۲})^{۶-۳} = ۲۰ \times \frac{۱}{۶۴} = \frac{۲۰}{۶۴} = \frac{۵}{۱۶}$$

اگر پیروزی وشکست هم شانس باشد مثل جنسیت فرزند، سکه و... آنگاه واضح است که $p = q = \frac{۱}{۲}$ و فرمول بالا به صورت زیر بدست می آید:

$$P(X = k) = \frac{\binom{n}{k}}{۲^n}$$

۳۳- تابع احتمال به صورت $P(X=x)=\frac{\binom{5}{x}}{A}$ ؛ $x=0,1,2,3,4,5$ تعریف شده باشد، بامحاسبه عدد A مقدار $P(X=2 \text{ یا } 3)$ کدام است؟ **(سراسری ریاضی- ۹۲)**

۱) $\frac{3}{8}$ ۲) $\frac{7}{16}$ ۳) $\frac{9}{16}$ ۴) $\frac{5}{8}$

جواب :گزینه (۴) درست است. می دانیم جمع کل احتمالات برابر یک است. پس داریم:

$$P(X=0)+P(X=1)+\cdots+P(X=5)=1 \Rightarrow \frac{1}{A}+\frac{5}{A}+\frac{10}{A}+\frac{10}{A}+\frac{5}{A}+\frac{1}{A}=1 \Rightarrow A=32$$

$$P\left(X=2 \text{ یا } 3\right)=\frac{10}{A}+\frac{10}{A}=\frac{20}{32}=\frac{5}{8}$$

۳۴- توزیع احتمال متغیر تصادفی X با ۶ برآمد به صورت $P(X=i)=\begin{cases}\frac{1}{i^2+i} & i=1,2,3,4\\ a & i=5,6\end{cases}$ است. $P(3\le x\le 5)$ به کدام صورت است؟ **(سراسری ریاضی- خارج از کشور ۸۸)**

۱) $\frac{7}{30}$ ۲) $\frac{4}{15}$ ۳) $\frac{17}{60}$ ۴) $\frac{11}{30}$

جواب :گزینه (۱) درست است.

x_i	۱	۲	۳	۴	۵	۶
P_i	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{20}$	a	a

$$\sum P_i=1 \Rightarrow \frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+2a=1 \Rightarrow a=\frac{1}{10}$$

$$P(3\le x\le 5)=P(x=3)+P(X=4)+P(X=5)$$

$$=\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{10}=\frac{7}{30}$$

۳۵- در پرتاب ۲ تاس با هم ، اگر متغیر تصادفی X ، برابر مجموع دو عدد ظاهر شده با تابع احتمال $P(X=x)=a-\frac{|x-7|}{36}$ باشد a کدام است؟

۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{1}{6}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{1}{9}$

جواب :گزینه (۲) درست است. $P(X=۲)$ یعنی پیشامد اینکه مجموع برآمد ۲ تاس برابر ۲ باشد را که از هر دو روش حساب کرده و برابر هم می گیریم. ابتدا با فرمول داده شده داریم:

$$P(X=۲)=a-\frac{|۲-۷|}{۳۶}=a-\frac{۵}{۳۶}$$

از طرفی پیشامد اینکه مجموع ۲ تاس عدد ۲ باشد: $(۱,۱)$ یعنی داریم: $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۱}{۳۶}$ حال دو حالت زیر را داریم:

$$a-\frac{۵}{۳۶}=\frac{۱}{۳۶}\Rightarrow a=\frac{۶}{۳۶}=\frac{۱}{۶}$$

۳۶- ۲۰ درصد از افراد یک جامعه به بیماری مبتلا هستند. اگر ۳ نفر به تصادف از این جامعه انتخاب شوند، احتمال آنکه دو نفر مبتلا به بیماری و یک نفر نباشد، چند برابر آنست که هر سه مبتلا باشد؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۶ ۳) ۶۴ ۴) ۴

جواب :گزینه (۱) درست است.

$$P(X=۳)=\binom{۳}{۳}(۰/۲)^۳=(۰/۲)^۳ \quad و \quad P(X=۲)=\binom{۳}{۲}(۰/۲)^۲(۱-۰/۲)=۳\times ۰/۰۴\times ۰/۸$$

$$\Rightarrow \frac{P(X=۲)}{P(X=۳)}=\frac{۳\times ۰/۰۴\times ۰/۸}{(۰/۲)^۳}=۱۲$$

۳۷- در پرتاب ۴ سکه با هم احتمال اینکه فقط سه سکه رو یا فقط سه سکه پشت بیاید کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۱۶}$ ۲) $\frac{۷}{۱۶}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

جواب :گزینه (۴) درست است. احتمال اینکه فقط ۳ سکه رو بیاید برابر احتمال این است که ۳ سکه پشت بیاید است و داریم:

$$n(B)=\frac{\binom{۴}{۳}}{۱۶}=\frac{۴}{۱۶}\quad\Rightarrow \frac{۴}{۱۶}+\frac{۴}{۱۶}=\frac{۱}{۲}$$

۳۸- دانش آموزی به ۵ پرسش ۵ گزینه ای به تصادف پاسخ می دهد. با کدام احتمال فقط به ۳ پرسش پاسخ صحیح داده است؟

۱) ۰/۰۲۵۶ ۲) ۰/۰۵۱۲ ۳) ۰/۰۶۲۵ ۴) ۰/۰۷۶۸

جواب :گزینه (۲) درست است. احتمال پاسخ دادن به یک پرسش ۵ گزینه ای برابر $\frac{۱}{۵}$ است، پس داریم:

$$\binom{۵}{۳}\left(\frac{۱}{۵}\right)^۳\left(\frac{۴}{۵}\right)^۲=۱۰\times\frac{۱}{۱۲۵}\times\frac{۱۶}{۲۵}=۰/۰۵۱۲$$

۳۹- در یک خانواده ۴ فرزندی با کدام احتمال ۲ پسر یا ۳ دختر وجود دارد؟ **(سراسری تجربی- ۹۰)**

۱) $\frac{۷}{۸}$ ۲) $\frac{۹}{۱۶}$ ۳) $\frac{۵}{۸}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

جواب :گزینه (۳) درست است.

$$P\left(\text{۲ فرزند پسر}\right) + P\left(\text{۳ فرزند دختر}\right) = \frac{\binom{۴}{۲}}{۲^{۴}} + \frac{\binom{۴}{۳}}{۲^{۴}} = \frac{۱۰}{۱۶} = \frac{۵}{۸}$$