

به نام خدا

مجموعه تمارین نجوم کروی

پانزدهمین تیم المپیاد نجوم و اختر فیزیک

سوال ۱- ناظری در تهران در روز سی مرداد وسط خیابانی به عرض ۶ متر ایستاده است. این خیابان با شمال زاویه ۴۰ درجه دارد و در راستای شمال غرب به جنوب شرق است. طرف شمالی این خیابان دیواری به ارتفاع دو و نیم متر کشیده شده است. چند ساعت از روز بخاطر این دیوار کف خیابان به طور کامل سایه است؟

سوال ۲- فرض کنید ناظری در عرض جغرافیایی $\phi = 42^\circ$ در حال رصد خورشید است. در شرق محل رصدگاه برجی بلندی به شکل قرار دارد به صورتی که مرکز برج دقیقاً بر نقطه شرق ناظر است و فاصله ناظر تا برج یک کیلومتر و شعاع آن ۵۰ متر است. این ناظر در بازه‌ای از سال که خورشید را رصد می‌کند می‌بیند که خورشید طلوع می‌کند و سپس پشت این برج می‌رود و سپس از پشت آن خارج می‌شود. ثابت کنید مدت زمانی که خورشید پشت برج است مستقل از روز است و مدت زمان آن را بیابید.

سوال ۳- گروهی از منجمین آماتور در تبریز ($\varphi = 38^\circ 4' N$) به منظور رصد خوشه‌های ستاره‌ای به منطقه‌ای می‌روند. این گروه اندکی قبل از غروب خورشید در محل حاضر می‌شوند. در این حالت یکی از منجمین ارتفاع خورشید را 22.5° اندازه می‌گیرد. این گروه قصد دارد تا غروب کامل خورشید وسایل خود را آماده کند و تلسکوپ‌ها را راه‌اندازی کند.

الف) با توجه به این موضوع در چه روزهایی از سال این گروه کمترین فرصت را دارد؟

ب) در قسمت الف این گروه چند دقیقه فرصت دارد تا تلسکوپ‌ها را راه‌اندازی کند؟

سوال ۴- ستاره‌ای با مختصات $\left\{ \begin{array}{l} \alpha = 23^h 17^m \\ \delta = 70.0^\circ \end{array} \right.$ داریم. مختصات ستاره‌ای یا ستارگانی را بیابید که در طول سال‌ها فقط و فقط یکبار با این ستاره هم‌بعد و فقط و فقط یکبار هم‌میل می‌شوند.

به نام خدا

مجموعه تمارین نجوم کروی

پانزدهمین تیم المپیاد نجوم و اختر فیزیک

سوال ۵- ستاره‌ای با مختصات $\begin{cases} \alpha = 19^h 40^m \\ \delta = 29^\circ \end{cases}$ داریم. حساب کنید بعد از چند سال مختصات این ستاره به گونه‌ای خواهد شد که $\alpha + \alpha' = 24^h$ که در آن α' بعد ستاره بعد از تغییر مختصات است.

(این مساله رو بدون داشتن δ هم حل کنید و جالبیش اینجاست که بدون داشتن δ هم حل میشه 😊)

سوال ۶- همان طور که احتمالاً شنیدید شازده کوچولو در سیاره‌اش با یک گل زندگی می‌کند! شعاع این سیاره $R_{earth} \cdot 0.1$ است و چرخشی به دور خود ندارد ولی به طرز جالبی قطب شمالش منطبق بر ستاره‌ی قطبی است. همچنین در این سیاره به جای تعریف عرض و طول جغرافیایی هر مختصات را با ستاره‌ی سرسوی آن مختصات می‌شناسند.

هم اکنون شازده کوچولو در مختصات $\begin{cases} \alpha = 21^h 30^m \\ \delta = -17^\circ \end{cases}$ در کنار گلش قرار دارد ولی او نیاز دارد برای بررسی یک سری اتفاقات چند داده‌ی نجومی از ستارگان بگیرد، او باید ابتدا ستاره‌ی قطبی را ببیند و سپس ستاره‌ی با مختصات $\begin{cases} \alpha = 7^h 20^m \\ \delta = -51^\circ \end{cases}$ را ببیند و سپس دقیقاً به نقطه‌ی مختصات گلش برگردد ولی از طرفی او نمی‌تواند خیلی دوری از گلش را تحمل کند برای همین می‌خواهد این کار را در کمترین زمان ممکن انجام دهد.

الف) با فرض اینکه سرعت شازده کوچولو ثابت است با استدلال‌ات و یا محاسبات منطقی مسیری که باید شازده کوچولو بیابد را بیابید.

ج) اگر سرعت شازده کوچولو $v = 5 \frac{m}{s}$ باشد، طول مسیر و مدت زمان کل این حرکت را بیابید.

به نام خدا

مجموعه تمارین نجوم کروی

پانزدهمین تیم المپیاد نجوم و اختر فیزیک

سوال ۷- الف) ثابت کنید برای ستاره‌ای با میل δ در عرض جغرافیایی φ زمانی مساحت مثلث PZX بیشینه می‌شود که رابطه‌ی زیر بین زوایا برقرار باشد:

$$H = \eta + A$$

ب) ثابت کنید رابطه‌ی زاویه‌ی ساعتی در این حالت بر حسب δ و φ از رابطه‌ی زیر تبعیت می‌کند و سپس محدودیت‌های میل بر حسب عرض جغرافیایی را بیابید.

$$H = \cos^{-1} \left(\tan \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) \tan \left(\frac{\pi}{4} \pm \frac{\delta}{2} \right) \right)$$

سوال ۸- آدم فضایی‌ها طی سفر اخیر خود از زمین و یک سیاره دور دست دیگر ($SB - P$) بازدید کردند!

قطب شمال این سیاره منطبق بر مختصات $\begin{cases} \alpha = 3^h 22^m \\ \delta = 42^\circ \end{cases}$ است و با دوره تناوبی برابر با دوره تناوب زمین

می‌چرخد. فضایی‌ها بعد از برگشتن به سیاره‌ی خودشان تصمیم گرفتند که حرکت ستاره‌ها در این دو سیاره را شبیه‌سازی کنند ولی سیاره‌ی خود آدم فضایی‌ها دور خودش نمی‌چرخد برای همین برای شبیه‌سازی باید روی سطح سیاره حرکت کنند.

الف) اگر در لحظه‌ی اول سرسوی آدم فضایی‌ها روی مختصات $\begin{cases} \alpha = 21^h 42^m \\ \delta = 61^\circ \end{cases}$ باشد و شعاع سیاره‌شان دو

برابر زمین باشد باید با چه سرعتی حرکت کنند تا حرکت ستاره‌ها را مانند حرکت ستاره‌ها از روی زمین ببینند؟

ب) بعد از اینکه آدم فضایی‌ها یک دور کامل زدند تصمیم می‌گیرند مسیر حرکت خود را به گونه‌ای تغییر دهند که حرکت ستارگان مانند سیاره‌ی $SB - P$ شود. برای این کار باید سرعتشان را چه اندازه و در چه جهتی تغییر دهند؟

ج) کمترین و بیشترین ارتفاع ستاره قطبی در این حرکت جقدر است؟

د) در مجموع هر دو حرکت چند درصد از کل ستارگان آسمان هیچگاه طلوع نمی‌کنند؟

به نام خدا

مجموعه تمارین نجوم کروی

پانزدهمین تیم المپیاد نجوم و اختر فیزیک

سوال ۹- قانون اسنل دکارت کروی و تعمیم آن

فرض کنید شخصی می‌خواهد از مختصات (ϕ_N, l_N) که مختصاتی شمالی است به مختصات (ϕ_S, l_S) که مختصات جنوبی است برود. این شخص سرعت v دارد ولی به محض ورود به عرض جغرافیایی منفی سرعت آن α برابر می‌شود که $\alpha < 1$ است.

الف) کوتاه‌ترین زمانی که در آن این شخص می‌تواند به مختصات مقصد برسد چقدر است؟

ب) اندازه این مسیر چقدر است؟

ج) حال فرض کنید محدوده‌ای که در آن سرعت شخص شروع به کاهش یافتن می‌کند هر منحنی دلخواهی به صورت $\phi = f(l)$ است. نتایج بخش الف را در این بخش هم بررسی کنید و تعمیم کلی قانون اسنل دکارت در مختصات کروی را بیابید.

سوال ۱۰- توپ چهل تکه (که در واقع ۳۲ تکه است) ساختاری مشابه شکل روبرو دارد:

الف) طول ضلع و اندازه زاویه‌های ۵ ضلعی و ۶ ضلعی‌ها را به دست بیاورید.

ب) مساحت هر ۵ ضلعی و هر ۶ ضلعی را بیابید.

ج) حساب کنید که هر توپ چهل تکه از چند ۵ ضلعی و چند ۶ ضلعی تشکیل شده است. اگر نمی‌دانستیم که مجموع این دو ۳۲ است باز هم می‌شد این مقدار را محاسبه کرد؟



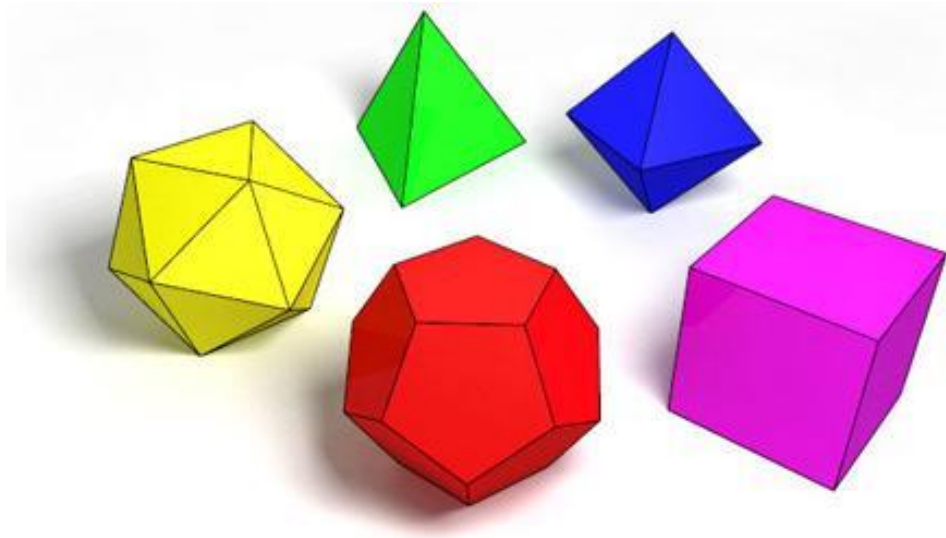
به نام خدا

مجموعه تمارین نجوم کروی

پانزدهمین تیم المپیاد نجوم و اختر فیزیک

سوال ۱۱- اجسام افلاطونی

اجسام افلاطونی (مطابق شکل زیر) اجسام هندسی‌ای هستند که از تنها یک شکل منتظم در فضا به وجود آمده‌اند.



حال شما با استفاده از دانش کروی و کمی ریاضیات ثابت کنید که تنها ۵ جسم افلاطونی می‌توانیم داشته باشیم و بدست بیاورید که هر کدام از این اجسام از چند تا چند ضلعی تشکیل شده‌اند.