

محتوای این درس شامل فصل‌های زیر است:

فصل 1: سیستم‌های دیجیتال و اعداد باینری

فصل 2: جبر بولین و لیت‌های منطقی

فصل 3: مینیموم سازی سطح لیت‌ها

فصل 4: منطق ترکیبی

فصل 5: منطق ترتیبی

فصل 6: رجیسترها و شمارنده‌ها

فصل 7: حافظه‌ها و منطق برنامه‌نویسی

فصل اول: سیستم‌های دیجیتال و اعداد باینری

با توجه به نیاز روزافزون استفاده از سیستم‌های دیجیتال استفاده می‌شود، به طور خاص، عصر حاضر را عصر دیجیتال نامیده‌ایم. سیستم‌های دیجیتال دارای کاربردهای بسیار وسیع در حوزه‌های مختلف، انتقال مای در کتابخانه، کنترل ترافیک، کنترل یک فضای پیاپی، درمان و پزشکی، ماشین‌ورژن و هوش مصنوعی و بسیاری دیگر از حوزه‌های مالی، صنعتی و علمی می‌باشد.

امروزه استفاده از تلفن‌های دیجیتال، تلویزیون‌های دیجیتال و دوربین‌های دیجیتال و کامپیوترهای دیجیتال بسیار در سراسر دنیا مرسوم شده و در دستگاه‌های خودنوشت می‌دهید، ماهیت دیجیتال دارد.

برای ایجاد یک دستوری آسان به سیستم‌های دیجیتال GUI (گرافیک کاربر) که به وجود آمده است بهترین زبان ارتباطی بین ماشین و کاربر باشد.

مسلماً با افزایش توانایی مخابراتی بشر در افزایش تعداد ترانزیستورهای سیلیکونی در مدارهای مجتمع روز به روز کیفیت پردازنده‌های دیجیتال بالا رفته و از قیمت آنها کاهش خواهد شد.

برای اینکه بتوانیم سیستم‌های دیجیتال طراحی کنیم احتیاج به دانش مدارهای منطقی داریم. همچنین با استفاده از د HDL سعی در پیاده‌سازی مدارهای منطقی خواهیم کرد.

بخش 1-2: اعداد باینری

عدد 7392 را در قیاس دهی، این عدد از 7 هزارتایی 3 صدتایی 9 دهتایی و 2 یکی تشکیل شده است به عبارت دیگر:

$$7392 = \underbrace{7}_{a_3} \times 10^3 + \underbrace{3}_{a_2} \times 10^2 + \underbrace{9}_{a_1} \times 10^1 + \underbrace{2}_{a_0} \times 10^0$$

به طور کلی می توان یک عدد دهی را به یک ضرب با آن خاص داد.

$$\dots a_3 a_2 a_1 a_0 a_{-1} a_{-2} a_{-3} \dots$$

در یک دایره خاص یک عدد دهی به صورت زیر است:

$$a_5 10^5 + a_4 10^4 + a_3 10^3 + \dots + a_1 10^1 + a_0 10^0 + \dots$$

یک عدد دهی (decimal) را به یک مبنا (Base Radix) تعریف می کنیم:

$$(26,75)_{10} = 2 \times 10^1 + 6 \times 10^0 + 7 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-2}$$

مسئله همین می توانیم سیستمی موسوم به سیستم باینری تعریف کنیم. اعنای تشکیل دهنده یک سیستم در دوی فقط 0 و 1 هستند.

Example: چگونه از یک عدد در دوی 2 می توانیم به یک عدد در دوی 10 برویم؟

$$(1101,11)_2 = (?)_{10}$$

$$1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} = 16 + 8 + 0 + 2 + 0 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = 26,75$$

به طور کلی در سیستم های مختلف اعداد که در دوی r هستند به صورت زیر تعریف می شوند:

$$a_n r^n + a_{n-1} r^{n-1} + \dots + a_1 r^1 + a_0 r^0 + a_{-1} r^{-1} + \dots + a_{-m} r^{-m}$$

$$(4021,2)_5 = (?)_{10}$$

$$125 \times 4 + 0 + 10 + 1 + 0,4 = 511,4 \quad \text{Example}$$

$$(127,4)_8 = (?)_{10}$$

$$1 \times 8^2 + 2 \times 8^1 + 7 \times 8^0 + 4 \times \frac{1}{8} = 64 + 16 + 7 + 0,5 = 87,5$$

هر عدد در مبنای ۲ دارای صفر یا ۱-۲ است. مثلاً عدد در مبنای ۹ را دارد. حال تصور کنید عدد در مبنای ۱۶ در اختیار داریم که می‌دانیم در مبنای ۱۶ صفر یا ۱-۱۵ است. در مبنای ۱۶، این مقدار را چگونه با بی‌نهایت دهیم که تنها دارای ۱ digit باشد؟

- 10 → A
- 11 → B
- 12 → C
- 13 → D
- 14 → E
- 15 → F

$(B65F)_{16} = (?)_{10}$

$11 \times 16^3 + 6 \times 16^2 + 5 \times 16^1 + 15 \times 16^0 = 46687$

بهر رقم از اعداد دیجیتال Bit گفته می‌شود. زمانی که باید عدد با بیتی طرف هستیم اگر Bit را صفر یا ۱ در نظر بگیریم.

$(110101)_2 \rightarrow (?)_{10} : 2^5 \times 1 + 2^4 \times 1 + 2^3 \times 0 + 2^2 \times 1 + 2^1 \times 0 + 2^0 \times 1 = (53)_{10}$

در کامپیوتر به ۲^{۱۰} بایت، ۲^{۲۰} مگابایت، ۲^{۳۰} گیگابایت، ۲^{۴۰} ترابایت می‌گویند.

16 M = ? $\Rightarrow 16 M = 2^4 \times 2^{20} = 2^{24}$ Example

تفاوت هار در کامپیوتر با Byte نشان می‌دهد که هر کدام معادل ۸ Bit است. 1 Byte = 8 Bit

حاصل جمع دو عدد باینری :
Example: می‌خواهیم دو عدد زیر را با هم جمع کنیم.

Aug ← 1 0 1 1 0 1
+ 1 0 0 1 1 1 → Addend
—————
1 0 1 0 1 0 0

Example

$$\begin{array}{r} 1011 \\ \times 101 \\ \hline 110111 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 101101 \\ - 100111 \\ \hline 000110 \end{array}$$

$$2^n = 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024, 2048, 4096, 8192, 16384, 32768, 65536$$

$\rightarrow 2^{16} = 64K$

بخش 1-3: سبکات درمبنای اعشاری

همانطور که دیدیم، زمانی که از مبنای 2 به مبنای 10 (از کوچک به بزرگتر) از ضرب استفاده می‌کنیم، به همین ترتیب از مبنای بزرگتر به کوچکتر از تقسیم استفاده می‌کنیم.

Example

$$41 = (101001)_2$$

2-1. Example

$$153 = (231)_8$$

می‌خواهیم عدد اعشاری ما را به 6875، را به مبنای 2 ببریم. در تبدیل اعشاری عدد اعشاری را در مبنای خواسته شده ضرب می‌کنیم و عدد باقیمانده صحیح را جدا می‌کنیم.

$$0,6875 \times 2 = 1 + 0,375$$

$$0,375 \times 2 = 0 + 0,750$$

$$0,750 \times 2 = 1 + 0,5$$

$$0,5 \times 2 = 1 + 0$$

$$\Rightarrow 0,6875 = (0,1011)_2$$

Example

$$0,513 = (?)_8$$

$$0,513 \times 8 = 4,104$$

$$0,104 \times 8 = 0,832$$

$$0,832 \times 8 = 6,656$$

Example

$$\begin{array}{r} (110110110001) \\ 001001001110 \\ +1 \\ \hline 001001001111 \end{array}$$

متمم 1
متمم 2

$$\begin{array}{r} (1001101100) \\ 0110010011 \\ +1 \\ \hline 0110010100 \end{array}$$

متمم 1
متمم 2

برای آنکه مستقیماً متمم 2 را بنویسیم کافی است از سمت راست (بی ارزش بیت) به سمت چپ حرکت کنیم و به اولین 1 برسیم، تا آنجا هر چه بوده همان را بنویسیم و بعد از آن تمام بیت‌ها را برعکس کنیم.
برای متمم 9 یا 10 یک عدد مشابه متمم 2 عمل می‌کنیم.

Example متمم 9 عدد 546700

$$546700 \quad 999999 - 546700 = 453299$$

$$10 - متمم = 453300 = 9 - متمم + 1$$

تقریب به یک متمم‌ها: زرفن لندی خواهیم $M-N$ را بدست آوردیم. برای بدست آوردن $M-N$ در مبنای 10 به صورت زیر عمل می‌کنیم:
عدد M را با متمم $(9-N)$ جمع می‌کنیم $\leftarrow$ ابتدا متمم $(9-N)$ را بدست آورده و آن را با M جمع می‌کنیم.

- 1 اگر $M > N$ $\leftarrow$ یک رقم نقلی انتهای نویسی شود که باید از آن هم‌دیوئی شود. حاصل $M-N$ است.
- 2 اگر $M < N$ $\leftarrow$ بیت نقلی ایجاد می‌شود و این نمایانگر منفی بودن حاصل است.

Example: با استفاده از متمم 10 تقریب زیر را انجام دهید:

$$\begin{array}{r} 72532 \\ - 3250 \\ \hline 69282 \end{array}$$

$$0.3250 \xrightarrow{9s} 96.749 \xrightarrow{10s} 96.750$$

$$72532 + 96750 = 169282$$

$$\begin{array}{r} 3250 \\ - 72532 \\ \hline = -69282 \end{array}$$

در حالت 2: اگر جواب بدست آمده بیت نقلی نداشت باید متهم 1 از آن بگیریم.

$$0.325 + 27467 = 03.718 \xrightarrow{1s} - (69282)$$

Example: با فرض دو عدد دودویی x و y ، حاصل $x-y$ و $y-x$ را بدست آورید.

$$x = 1010100 \xrightarrow{2s} 0101100$$

$$y = 1000011 \xrightarrow{2s} 0111101$$

$$x-y = x + y' = \begin{array}{r} 1010100 \\ 0111101 \\ \hline 1001001 \end{array}$$

$$y-x = y + x' = \begin{array}{r} 1000011 \\ 0101100 \\ \hline 0110111 \end{array} = - (0010001)$$

به کمک متهم مبنای کاهش یافته نیز می توان تفیق انجام داد، مانند جدول بالا که $x-y$ عددی مثبت می شود. برای این نقطه کافی است متهم 1 y را بنویسیم، با x جمع کرده و حاصل را با 1 جمع کنیم و بیت نقلی را حذف کنیم.

اگر بخواهیم $y-x$ را بدست آوریم، متهم 1 x را بنویسیم، با y جمع می کنیم از حاصل مجدداً متهم 1 می گیریم.

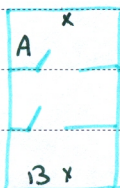
Example: به روش مبنای کاهش یافته:

$$x = 1010100 \xrightarrow{1s} 0101011 + 1000011$$

لیست های منطقی پایه:

A, B

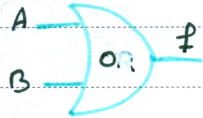
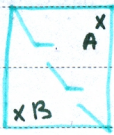
A	B	f
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



$$f = A \cdot B$$



: OR -



$$F = A + B$$

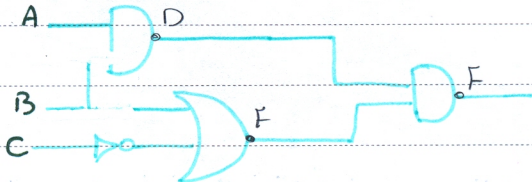
A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



A	F
1	0
0	1

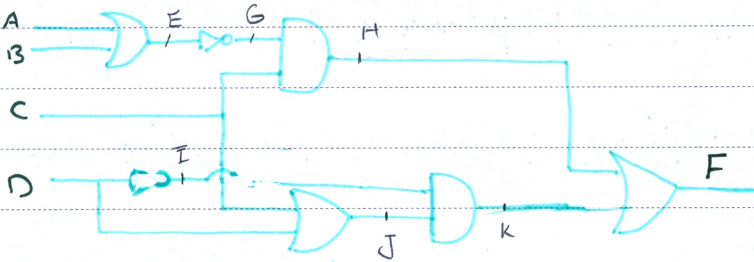
NOT -

Example: خروجی مدار منطقی سطلی زیر را بدست آورید.



$$D = A \cdot B, \quad E = B + \bar{C}$$

$$F = D \cdot E = A \cdot B \cdot (B + \bar{C})$$



$$E = A + B$$

$$I = \bar{D}$$

$$G = \overline{(A + B)}$$

$$J = C + D$$

$$H = C \cdot \overline{(A + B)}$$

$$K = \bar{D} \cdot (C + D)$$

$$\Rightarrow F = H + K = [C \cdot \overline{(A + B)}] + [\underbrace{\bar{D} \cdot (C + D)}_{\bar{D} \cdot C}]$$

جداول محاسبه یابی

حاشیه

به کمک این جدول ورودی ها به صورت صفر و یک دریافت کرده و خروجی ها را که مدار منطقی ما تعیین می کند به صورت ۰ یا ۱ تعیین می کنیم

در ادامه یاد می گیریم **AND** خروجی را به صورت $f = x.y$ تحویل می دهد. جدول درستی **AND** به صورت زیر است:

x	y	f
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

تست XOR: (exclusive - OR)

این تست زمانی دارای خروجی 1 می شود که ورودی ها با هم متفاوت باشند.

x	y	f
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



Example. به کمک **AND**, **OR**, **NOT** تست **XOR** را می توان ساخت.

x	y	f
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

تست XNOR:

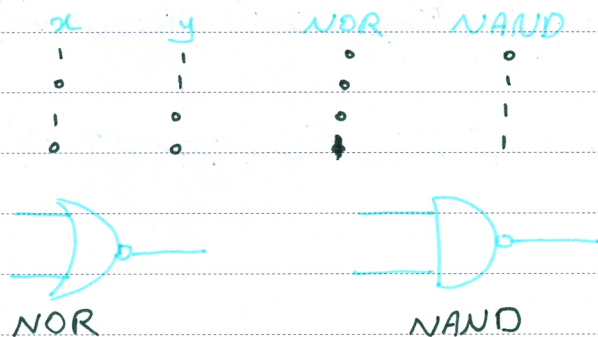
$$f = xy + \bar{x}\bar{y}$$



$$\overline{xy} \neq \bar{x}\bar{y}$$

نکته:

تست NAND, NOR :



در جبر بولین خواص اساسی زیر برقرار است :

1. این جبر نسبت به عملگر جمع و ضرب بسته است.

مجموع بسته بودن : مثلاً مجموعه اعداد طبیعی را در نظر بگیرید. این مجموعه نسبت به جمع بسته است. حاصل جمع دو عدد از آن هیچگاه از این مجموعه خارج نیست. در جبر بولین که فقط صفر و یک دارد نیز این موضوع برقرار است.

2. این جبر دارای عضو شناسه است. دارای عضوی است که وقتی تحت عملگر ضرب و جمع قرار می‌گیرد، حاصل ضرب و جمع آن‌ها با عضو قبلی یکی است.

عضو شناسه برای جمع "0" و برای ضرب "1" است.

3. سرت پیروی : $x * (y * z) = (x * y) * z$

4. توزیع پذیری : $x * (y + z) = (x * y) + (x * z)$

{ * , + } عملگر هستند.

مثلاً:

$$x \cdot (y + z) = x \cdot y + x \cdot z$$

$$x + (y \cdot z) = (x + y) \cdot (x + z)$$

Example. درستی رابطه‌ی زیر را به کمک جدول درستی اثبات کنید.

$$x + (y \cdot z) =$$

در جدول‌های عضوهای به نام متمم وجود دارند. در جدول‌های زیر:

$$x + \bar{x} = 1$$

$$x \cdot \bar{x} = 0$$

جمع شود به جدول 2. 1. کتاب در صفحه 61.

$$x + x = x$$

$$x \cdot x = x$$

$$x + 1 = 1$$

$$x \cdot 0 = 0$$

$$\overline{(\bar{x})} = x$$

اصل دومینان (دوازدهم):

$$x + y = y + x$$

$$xy = yx$$

اصل جابجایی:

$$(x + y)' = \overline{(x + y)} = \bar{x} \cdot \bar{y} \neq \bar{y} \cdot \bar{x}$$

دومینان:

$$\overline{(x \cdot y)} = \bar{x} + \bar{y} \neq \overline{(x + y)}$$

$$x + xy = x(1 + y) = x$$

غیب:

$$x(x + y) = x + xy = x$$

Example: توابع زیر را به حداقل میثل ها تبدیل کنید.

$$x(x' + y) = xx' + xy = xy$$

$$x + x'y = (x + \bar{x}) \cdot (x + y) = x + y$$

توابع زیری:

$$(x + y)(x + y') = \underset{1}{\cancel{xx}} + \underset{1}{\cancel{xy}} + \underset{1}{\cancel{yx}} + \underset{1}{\cancel{yy'}} = x(1 + y' + y) = x$$

Example

$$xy + \bar{x}z + yz (x + \bar{x}) =$$

$$xy + \bar{x}z + yz(x + \bar{x}) = xy(1 + \bar{z}) + \bar{x}z(1 + y) = xy + \bar{x}z$$

Example: متغیرهای زیر را بسازید.

$$A: (\bar{x}y\bar{z} + \bar{x}\bar{y}z)' = (x + y + z)(x + y + \bar{z})$$

$$B: [x(\bar{y}\bar{z} + yz)]' = [\bar{x} + (y + z)(y' + z')]$$

Maxterm & minterm

مثلاً داریم برای خاصیت XOR از رابطه $x \oplus y = x\bar{y} + \bar{x}y$ استفاده می‌کنیم. به این جمله $(x\bar{y})$ اصطلاحاً ضرب استاندارد یا minterm می‌گویند. هر تابع می‌تواند به صورت حاصل جمع minterm ها باشد.

			minterms		Maxterms	
x	y	z				
0	0	0	$\bar{x}\bar{y}\bar{z}$	m_0	$x + y + z$	M_0
0	0	1	$\bar{x}\bar{y}z$	m_1	$x + y + \bar{z}$	M_1
0	1	0	$\bar{x}y\bar{z}$	m_2	$x + \bar{y} + z$	M_2
0	1	1	$\bar{x}yz$	m_3	$x + \bar{y} + \bar{z}$	M_3
1	0	0	$x\bar{y}\bar{z}$	m_4	$\bar{x} + y + z$	M_4
1	0	1	$x\bar{y}z$	m_5	$\bar{x} + y + \bar{z}$	M_5
1	1	0	$xy\bar{z}$	m_6	$\bar{x} + \bar{y} + z$	M_6
1	1	1	xyz	m_7	$\bar{x} + \bar{y} + \bar{z}$	M_7

هر تابع را می توان به یک حاصل ضرب مجموع حاصله های خاص داد. به این مجموعه ای استاندارد **Maxterm** می گویند.

Example: می خواهیم تابع $f = xy + xz$ را به یک **minterms** خاص دهیم.

x	y	z	f
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

$$f = xy(z + \bar{z}) + xz(y + \bar{y})$$

$$\Rightarrow f = xyz + \underbrace{xy\bar{z}}_{m_6} + \underbrace{x\bar{y}z}_{m_7} + \underbrace{x\bar{y}\bar{z}}_{m_5}$$

$$\Rightarrow f = \sum (m_5, m_6, m_7)$$

Example: تابع زیر را به یک **Maxterms & minterms** خاص دهیم.

$$f = A + BC + A'B'C$$

$$f = A(B + B') + BC(A + A') + A'B'C$$

$$= AB + AB' + ABC + A'B'C + A'B'C$$

$$= AB(C + C') + A'B'(C + C') + ABC + A'B'C + A'B'C$$

$$= \underline{ABC} + \underline{ABC'} + \underline{A'B'C} + \underline{A'B'C'} + \underline{ABC} + \underline{A'B'C} + \underline{A'B'C}$$

روش اول روش دوم

A	B	C	min
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

$$\Rightarrow F = \sum (3, 4, 5, 6, 7), \quad F = \prod (0, 1, 2)$$

Example: تابع جلی $f = xy + \bar{x}z$ را به صورت ضرب عبارات Maxterm نشان دهید

x	y	z	min
0	0	0	m_0
0	0	1	m_1
0	1	0	m_2
0	1	1	m_3
1	0	0	m_4
1	0	1	m_5
1	1	0	m_6
1	1	1	m_7

$$F = \prod (0, 2, 4, 5)$$

به دوترم Maxterms, Minterms فرم‌های استاندارد گویند

رجوع شود به صفحه 55 کتاب ترجمه شده

Example: تمام حالت‌هایی که در خروجی برای دو ورودی x و y به وجود می‌آید را بنویسید

n ورودی، (2^n) حالت در خروجی ایجاد می‌کنند

x	y	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0
1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0

f_{10}	f_{11}	f_{12}	f_{13}	f_{14}	f_{15}	f_{16}
1	1	1	1	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	1	1
1	0	0	1	1	0	0

$$f_1 = 0 \quad f_2 = xy \quad f_3 = x\bar{y} \quad f_4 = x \quad f_5 = \bar{x}\bar{y}$$

$$f_6 = y \quad f_7 = x\bar{y} + y\bar{x} \quad f_8 = x + y \quad f_9 = (\overline{x+y})$$

$$f_{10} = (xy + \bar{x}\bar{y}) \quad f_{11} = \bar{y} \quad f_{12} = x + \bar{y} \quad f_{13} = \bar{x}$$

$$f_{14} = \bar{x} + y$$

$$f_{15} = (\bar{x}y)$$

$$f_{16} = 1$$

نمونه: توابع بالا را به وسیله لیست هانسیس دهید

ساده سازی توابع به کمک جدول کارنو:

روش جدول و بدون خلاقیت ساده سازی توابع منطقی تا حد امکان به کمک جدول کارنو انجام می شود.
در این جدول در ابتدا به **minterm** ها برای ایجاد جدول احتیاج داریم. مثلاً یک تابع **F** با سه ورودی به شکل زیر در نظر بگیرید.

$$F = \sum (m_1, m_4, m_7)$$

می دانیم که برای سه ورودی 8 حالت و به عبارت دیگر 8 **minterm** ایجاد می شود. آنها را به شکل یک جدول 2×4 به شکل زیر می کشیم و جای **minterm** ها را مشخص می کنیم.

m_0	m_1	m_3	m_2
m_4	m_5	m_7	m_6

مثلاً در مثال بالا، جاهایی که به عنوان **minterm** مشخص شده است را "1" می گذاریم.

0	1	0	0
1	0	1	0

سپس به کمک روش های که معرفی می کنیم با دسته بندی 1ها، **F** را ساده تر می کنیم.

$$m_1 = \bar{x} \bar{y} z$$

$$m_4 = x \bar{y} \bar{z}$$

$$m_7 = x y z$$

$$\Rightarrow F = \bar{x} \bar{y} z + x \bar{y} \bar{z} + x y z$$

✓✓✓ Example: جدول کارنوا برای تابع زیر تشکیل دهید و برای تشکیل آن از جدول صحت کمک بگیرید.

$$F = \bar{x}\bar{y}\bar{z} + \bar{x}\bar{y}z + x\bar{y}\bar{z} + x\bar{y}z$$

x	y	z	F
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

جدول صحت:

$$\Rightarrow \Sigma = F(0, 1, 4, 5)$$

1	1		
1	1		

تمرین: تابع زیر را حداقل کان ساده کنید:

$$F = \bar{x}y\bar{z} + \bar{x}\bar{y}z + x\bar{y}\bar{z} + x\bar{y}z$$

$$= \bar{x}\bar{y}(z + \bar{z}) + x\bar{y}(z + \bar{z}) = \bar{y}(x + \bar{x}) = \bar{y}$$

ماهیت جدول کارنو:

	$\bar{y}$		y	
$\bar{x}$	$\bar{x}\bar{y}\bar{z}$	$\bar{x}\bar{y}z$	$x\bar{y}\bar{z}$	$x\bar{y}z$
x	$x\bar{y}\bar{z}$	$x\bar{y}z$	$x\bar{y}\bar{z}$	$x\bar{y}z$
	$\bar{z}$	z	$\bar{z}$	z

در جدول کارنو به یک دسته بزرگها کار ساده سازی را انجام می دهیم.

و یکی های این دسته ها:

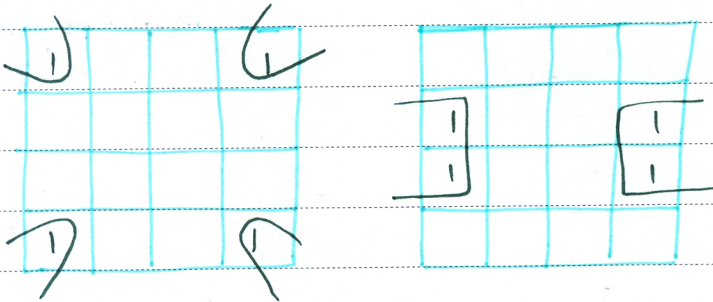
الف) دعه ادیب هایی که در این دسته ها قرار می گیرند حتماً باید دارای از دو باشند. بدین ترتیب دسته های توانمند تایی، دو تایی، چهار تایی و ... باشند.

ب) بزرگترین دسته همیشه اولویت دارد.

تسویه دسته چهار تایی، وجود دارد و ما آنرا تبدیل به دو دسته دو تایی می کنیم. عملاً بهترین ساده سازی را انجام نده ایم. دو دسته مجزا معمولاً باید فاکتورگیری باز ساده تر می شوند.

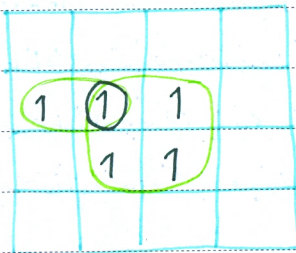
پ) دسته ها لزوماً در یک یا دست طوی نیستند.

Example:



د) ممکن است یکی از ادیب ها قابلیت قرار گرفتن در چند دسته را داشته باشند. مسلماً آن دسته ای را در نظر می گیریم که آن ادیب در بزرگترین دسته قرار گرفته است.

Example:

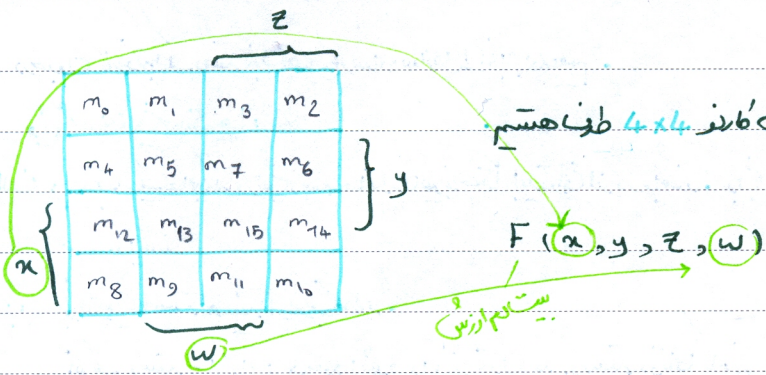


در اینجا ادیب مورد نظر در حله اول در دسته چهار تایی در نظر گرفته می شود، البته در این مثال خاص ادیب مورد نظر باید سمت چپ خود هم با ادیب دسته ششگانه دهد. چرا که ادیب سمت چپ آن دسته ای ندارد. همین مثال نشان می دهد هر کدام از ادیب های توانمند در یک دسته قرار می گیرند.

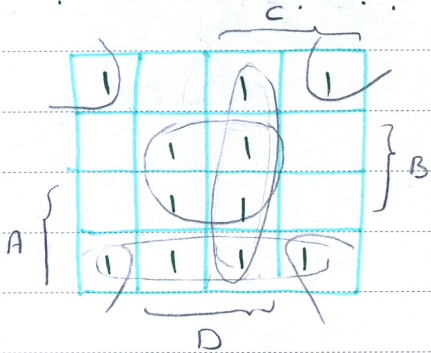
اولاً برای آن است که هر یک در بیشتر از یک دسته نباشد مگر آنکه مجبور باشیم.

جدول کارنو چهار متغیره

مسلماً اگر چهار ورودی داشته باشیم با جدول کارنو 4x4 طرف هستیم



Example جدول کارنوهای به شکل زیر را در نظر بگیرید. با فرض اینکه ورودی مربوط به خروجی آنها A, B, C, D باشد



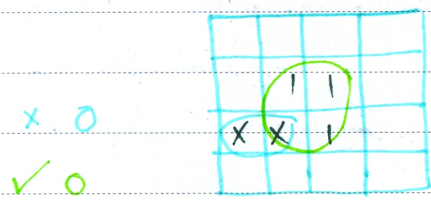
خروجی را بدست آورید

$$BD + \bar{B}\bar{D} + CD + A\bar{B}$$

تمام هیت ما این است که اول دسته جانبدارتر را بنویسیم و بعد از آن هیت باقی

حالت بی اهمیت

در برخی از مدارهای منطقی شرایطی ایجاد می شود که برخی از خانه های جدول کارنو هم نسبت به صفر باشند یا یک، مثلاً مدار منطقی که از 15 Bit از صفر تا نه را به دوازده بیت که از 15 تا 10 را در نظر گرفته است تبدیل می کند. و ادیتور خیار ندارد. خانه هایی که مربوط به 15 تا 10 در نظر گرفته می شوند حالت بی اهمیت نامیده می شوند. حالت بی اهمیت را با X نمایش می دهیم و در دسته بندی ها در جدول کارنو اگر به تقاضای بیایند، دسته ای برای آنها در نظر گرفته نمی شوند. ولی اگر به کمک حالت بی اهمیت چندین تولید یک دسته بزرگتر باشد حتی از این حالت بی اهمیت استفاده می کنیم



Example

Example تابع $F = \sum (1, 3, 7, 11, 15)$ به همراه حالت‌های بی‌اهمیت $D = \sum (0, 2, 5)$ در نظر بگیرید. ساده‌ترین تابعی کم‌بست می‌آید را به یک جدول کانونیس‌فون بنویسید.

X	1	1	X
	X	1	
		1	
		1	

Example: تابع منطقی زیر را: الف: به صورت جمع حاصلضرب‌ها ب: به صورت ضرب حاصلضرب‌ها ساده کنید.

$$F(A, B, C, D) = \sum (0, 1, 2, 5, 8, 9, 10, 11)$$

$$F = \bar{B}\bar{C} + \bar{B}\bar{D} + \bar{A}CD$$

1	1		1
	1		
1	1		1

$$\bar{F} = \bar{B}\bar{D} + CD + AB$$



$$F = (\bar{B} + D)(\bar{C} + \bar{D})(\bar{A} + \bar{B})$$

		0	
0		0	0
0	0	0	0
		0	

برای پیدا کردن ساده‌ترین حالت یک تابع به سطل‌های مسطحی، صغیر، هارادستیم بنویس می‌کنیم و در انتها دسته‌های دوجزده آمده اولاً به صورت حاصلضرب است. بنابراین از معین‌های ورودی که در دسته‌ها باشند آنرا می‌نویسیم. مثلاً اگر $\bar{A}$ در دسته باشد

A می‌نویسیم