

ابراهیم شاه ابراهیمی - کارشناس ارشد مهندسی عمران
مدرس تخصصی ریاضیات دانشگاه

math-teacher.blog.ir

۳۱- اگر $z = e^{\frac{2\pi i}{5}}$ باشد، حاصل عبارت $A = z + z^2 + z^3 + z^4$ کدام است؟ $i = \sqrt{-1}$

دستوردهوار $\rightarrow A = e^{\frac{2\pi i}{5}} + e^{\frac{4\pi i}{5}} + e^{\frac{6\pi i}{5}} + e^{\frac{8\pi i}{5}}$

$$= \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) + i\sin\left(\frac{2\pi}{5}\right) + \cos\left(\frac{4\pi}{5}\right) + i\sin\left(\frac{4\pi}{5}\right) + \cos\left(\frac{6\pi}{5}\right) + i\sin\left(\frac{6\pi}{5}\right) + \cos\left(\frac{8\pi}{5}\right) + i\sin\left(\frac{8\pi}{5}\right)$$

- +i (۱)
- 1 (۲)
- i (۳)
- +1 (۴)

۳۲- حاصل $\int_{-1}^1 |xe^x| dx$ کدام است؟

ابتداءً از دو اجزا در قسمت‌های مختلف می‌کنیم:

$$= \int_{-1}^0 -xe^x dx + \int_0^1 xe^x dx$$

$$= -e^x(x-1) \Big|_{-1}^0 + e^x(x-1) \Big|_0^1$$

$$= \left(1 - \frac{2}{e}\right) + (0+1) = 2 - \frac{2}{e}$$

- $2 + \frac{2}{e}$ (۱)
- ۰ (۲)
- $\frac{2}{e}$ (۳)
- $2 - \frac{2}{e}$ (۴)

۳۳- مساحت محصور به دو منحنی $f(x) = e^x$ و $g(x) = e^{e^x+x}$ در فاصله $[0, 1]$ کدام است؟

$$S = \int_a^b |g(x) - f(x)| dx = \int_0^1 (e^{e^x+x} - e^x) dx$$

$$= \int_0^1 (e \cdot e^x - e^x) dx = \int_0^1 e^x (e - 1) dx$$

(۱) $e^e + 2e + 1$
 (۲) $e^e - 1$
 (۳) $e^e + 1$
 (۴) $e^e - 2e + 1$

۳۴- مقدار $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin(n+2) - \sin n}{\cos(n+2) + \cos n}$ کدام است؟

(۱) $\cot 1$

(۲) ۰

(۳) $\tan 1$

(۴) موجود نیست.

math-teacher.blog.ir | ابراهیم ساداتی
 مدرس تخصصی ریاضیات

۳۵- در ارتباط با همگرایی و واگرایی سری‌های زیر کدام گزینه صحیح است؟

$A = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+1398}$, $B = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^2}$

A $\rightarrow \int_1^{\infty} \frac{dx}{x+1398} = \ln(x+1398) \Big|_1^{\infty} = \infty$

B $\rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{2^{n+1}}{(n+1)^2} \cdot \frac{n^2}{2^n} \right| = \left| \frac{2 \cdot 2 \cdot n^2}{2 \cdot (n+1)^2} \right| = 2 > 1$

(۱) هر دو واگرا

(۲) A همگرا و B واگرا

(۳) A واگرا و B همگرا

(۴) هر دو همگرا

۳۶- کدام یک از موارد زیر معادلات صفحه مماس و خط قائم بر بیضی $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{16} = 1$ در نقطه $(\frac{2\sqrt{3}}{3}, 1, \frac{4\sqrt{5}}{3})$ هستند؟

استاد برادر محترم بیخود (گزارش) را ببینید؟

(۱) صفحه مماس $\frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{1}{9}y + \frac{\sqrt{5}}{6}z = \frac{17}{9}$ و خط قائم $\frac{3x - 2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 9(y-1) = \frac{6z - 4\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$

(۲) صفحه مماس $\frac{2\sqrt{3}}{3}x + y + \frac{4\sqrt{5}}{3}z = \frac{101}{9}$ و خط قائم $\frac{3x - 2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = y - 1 = \frac{3z - 4\sqrt{5}}{4\sqrt{5}}$

(۳) صفحه مماس $\frac{2\sqrt{3}}{3}x + y + \frac{4\sqrt{5}}{3}z = \frac{101}{9}$ و خط قائم $\frac{3x - 2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = 9(y-1) = \frac{3z - 4\sqrt{5}}{4\sqrt{5}}$

(۴) صفحه مماس $\frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{2}{9}y + \frac{\sqrt{5}}{6}z = 2$ و خط قائم $\frac{3x - 2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{9(y-1)}{2} = \frac{6z - 4\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$

$g: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{16} - 1 \rightarrow \vec{\nabla} g = (\frac{1}{2}x, \frac{2}{9}y, \frac{1}{8}z) \rightarrow (\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{2}{9}, \frac{\sqrt{5}}{6})$

خط $\frac{\sqrt{3}}{3}(x - \frac{2\sqrt{3}}{3}) + \frac{2}{9}(y - 1) + \frac{\sqrt{5}}{6}(z - \frac{4\sqrt{5}}{3}) = 0$
 $\frac{x - 2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{y - 1}{2/9} = \frac{z - 4\sqrt{5}}{\sqrt{5}/6}$

۳۷- اگر $u = \ln \frac{x^4 + y^4}{x+y}$ باشد حاصل $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y}$ کدام است؟

$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{4x^3}{x^4+y^4} - \frac{1}{x+y} \xrightarrow{x \cdot x} x \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{4x^4}{x^4+y^4} - \frac{x}{x+y}$

$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{4y^3}{x^4+y^4} - \frac{1}{x+y} \xrightarrow{x \cdot y} y \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{4y^4}{x^4+y^4} - \frac{y}{x+y}$

جمع $\rightarrow = 4 - 1 = 3$

- ۱) re^u
- ۲) $2(2)$
- ۳) $2u$
- ۴) $2 \ln u$

۳۸- حاصل انتگرال $\iiint_{x^2+y^2+z^2 \leq a^2} |x| dx dy dz$ کدام است؟

$\int_0^{\pi} \int_0^{\pi} \int_0^a |r \cos \theta \sin \theta| r^2 dr d\theta d\phi \sin \theta d\theta$

$= (\int_0^a r^3 dr) (\int_0^{\pi} \cos \theta d\theta) (\int_0^{\pi} \sin^2 \theta d\theta) = \text{صفر}$

- ۱) $2\pi a^4$
- ۲) صفر
- ۳) $\frac{\pi a^4}{2}$
- ۴) πa^4

۳۹- مقدار $\int_0^1 \int_0^{1-y} e^{x^2-2x} dx dy$ کدام است؟

$x=1-y \rightarrow y=1-x$

$\int_{x=0}^1 \int_{y=0}^{1-x} e^{x^2-2x} dy dx$

$= \int_{x=0}^1 (1-x) e^{x^2-2x} dx$

$\int_{x=0}^1 (1-x) e^{x^2-2x} dx \xrightarrow{u=x^2-2x} \int_{u=0}^{-1} e^u du = -\frac{1}{2} e^u \Big|_0^{-1} = \frac{e^{-1}}{2} - \frac{1}{2} (e^{-1} - 1)$

- ۱) $\frac{e-1}{2e}$
- ۲) $\frac{e-1}{2}$
- ۳) $e-1$
- ۴) $\frac{e-1}{2}$

۴۰- رویه s قسمتی از کره $x^2 + y^2 + (z - \sqrt{3})^2 = 4$ می باشد که در بالای صفحه $z=0$ قرار دارد. انتگرال $\iint_s (\nabla \times \vec{F}) \cdot \vec{n} ds$ کدام است؟ \vec{n} بردار عمود بر s و به طرف بیرون سطح کروی بوده و \vec{F} به صورت $\vec{F}(x, y, z) = (xe^{z^2-2z}, \frac{1}{x} + y + \sin xyz, e^{z^2} \sin z^2)$ می باشد.

$\iint_s (\nabla \times \vec{F}) \cdot \vec{n} ds = \iint_{curif} \text{Curif} \cdot \vec{n} ds$

$\vec{n} ds = \frac{\nabla g}{|\nabla g \cdot \vec{K}|} \xrightarrow{g: z=0} \frac{(0, 0, 0)}{|(0, 0, 0)(0, 0, 0)|} dA = (0, 0, 0) dA$

$\text{Curif} = \begin{pmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ xe^{z^2-2z} & \frac{1}{x} + y + \sin xyz & e^{z^2} \sin z^2 \end{pmatrix} = (\alpha, \alpha, \frac{1}{x^2} + yz G(xyz) - \dots)$

$\iint_{curif} \frac{-1}{x^2} + yz G(xyz) \xrightarrow{z=0} \iint_{x^2+y^2=1} \frac{-dy dx}{x^2} = \int_0^{2\pi} \int_0^1 \frac{-r dr d\theta}{r^2 G^2} = 0$

$= (-\ln r) \Big|_0^1 (4\theta) \Big|_0^{2\pi} = \text{صفر}$

- ۱) 2π
- ۲) صفر
- ۳) $\frac{\pi}{2}$
- ۴) π

۴۱- جواب عمومی معادله $y' = \frac{2y}{5y-2x}$ کدام است؟ $\frac{dy}{dx} = \frac{2y}{5y-2x} \rightarrow 2y dx - (5y-2x) dy = 0$

$\frac{\partial M}{\partial y} = 2$ $\frac{\partial N}{\partial x} = 2 \rightarrow$ کامل $c = \int M dx + \int N dy = \int 2y dx + \int -5y dy = 2xy - \frac{5y^2}{2} + c_1$

$\Delta y^2 + 4xy = c$ (۱)
 $\Delta y^2 - 2xy = c$ (۲)
 $\Delta y^2 + 2xy = c$ (۳)
 $\Delta y^2 - 4xy = c$ (۴)

۴۲- معادله دیفرانسیل دسته دویبری در صفحه که مرکز آن‌ها روی محور xها باشد، کدام است؟

$(x-a)^2 + y^2 = c$ $\xrightarrow{\text{مشتق}} 2(x-a) + 2yy' = 0$
 $\xrightarrow{\text{مشتق}} 2 + 2y'y' + 2yy'' = 0 \xrightarrow{\div 2} 1 + y'^2 + yy'' = 0$

$1 + yy'' + y'^2 = 0$ (۱)
 $1 - y'^2 y'' + y' = 0$ (۲)
 $1 + yy'' + y' = 0$ (۳)
 $1 - yy'' + y'^2 = 0$ (۴)

۴۳- جواب خصوصی معادله $y'' - 6y' + 9y = 6e^{3x} - \ln 2$ کدام است؟

$D^2 y - 6Dy + 9y = 6e^{3x} - \ln 2$

$y = \frac{1}{D^2 - 6D + 9} (6e^{3x} - \ln 2)$
 $\left\{ \begin{array}{l} D=3 \rightarrow \frac{6x^2 e^{3x}}{2D-6} \\ D=0 \rightarrow -\frac{1}{9} \ln 2 \end{array} \right.$

$\frac{1}{3} x^2 e^{3x} - \frac{1}{9} x \ln 2$ (۲)
 $\frac{1}{3} x^2 e^{3x} - \frac{1}{9} \ln 2$ (۳)
 $\frac{1}{9} x^2 e^{3x} - \frac{1}{9} x \ln 2$ (۴)

۴۴- کدام گزینه در مورد معادله $x^2(x-2)y'' - y' \sin x + y = 0$ صحیح است؟

$y'' \left(\frac{\sin x}{x^2(x-2)} + \frac{1}{x^2(x-2)} \right) = 0$
 نقاط $x=2$ و $x=0$ تکین نامنظم هستند.
 نقاط $x=2$ و $x=0$ تکین منظم هستند.
 نقطه $x=0$ تکین نامنظم و $x=2$ تکین منظم است.
 نقطه $x=0$ تکین منظم و $x=2$ تکین نامنظم است.

۴۵- تبدیل لاپلاس جواب معادله $xy'' + (1+x)y' + y = 0$ که در آن $y(0) = 1$ و $y'(0) = -1$ می‌باشد، کدام است؟

$l(y) = F(s)$ $l(y') = sF(s) - \frac{p}{s}$ $l(y'') = s^2 F(s) - s \frac{p}{s} - \frac{p}{s}$
 $l(xy'') + l(y') + l(xy') + l(y) = 0$
 $\rightarrow -(s^2 F(s) - s + 1)' + sF(s) - 1 - (sF(s) - 1) + F(s) = 0$
 $\rightarrow -2sF(s) - s^2 F'(s) + 1 + sF(s) - 1 - F(s) - sF'(s) + F(s) = 0$
 $\rightarrow F'(s) (-s^2 - s) + F(s) (-s') = 0 \rightarrow \frac{F'(s)}{F(s)} = -\frac{s}{s^2 + s} = -\frac{1}{s+1}$
 $\int \ln(F(s)) = -\ln(s+1) = \ln(s+1)^{-1} \rightarrow F(s) = (s+1)^{-1} = \frac{1}{s+1}$

کلیل درس «ریاضیات»

کنکور کارشناسی ارشد مهندسی عمران ۹۸

ریاضی ۱:

۳۱- ایدام مقلط (متوسط)

۳۲- انتگرال جز به جز (ساده)

۳۳- کاربرد انتگرال (مساحت) (متوسط)

۳۴- \sin (سخت)

۳۵- سری (همگرایی-دائری) (ساده)

ریاضی ۲:

۳۶- خطوط مماس (برادین) (ساده)

۳۷- مشتقات جزئی (ساده)

۳۸- انتگرال سه گانه (متوسط)

۳۹- انتگرال دو گانه (تقریب کران) (ساده)

۴۰- انتگرال روی سطح (متوسط)

معادلات:

۴۱- مرتبه اول (کامل) (بسیار ساده)

۴۲- تشکیل معادله دیفرانسیل (ساده)

۴۳- مرتبه ۱ خطی با ضرایب ثابت نامتغییر (ساده)

۴۴- سری (ساده)

۴۵- \sin (متوسط)

ابراهیم شاه ابراهیم

مدرس تخصصی ریاضیات دانشگاه و کنکور ارشد

فرزاد ۹۸