الف)

از تقارن می‌دانیم که جهت نیروی وارد بر بار آزمون q به سمت نقطه‌ی A است و اندازه‌ی آن نیز برابر

$$F = \frac{۲kQq\left(\frac{a}{\sqrt{۳}} - \delta\right)}{\left(a^{۲} + \left(\frac{a}{\sqrt{۳}} - \delta\right)^{۲}\right)^{۳/۲}} - \frac{kQq}{\left(\frac{۲a}{\sqrt{۳}} + \delta\right)^{۲}}$$

می‌باشد؛ که در آن $k = \frac{۱}{۴\pi\epsilon_{.}}$ می‌باشد.

م)

اگر $a \gg \delta$ باشد، نیروی وارد بر بار آزمون q را می‌توانیم با ساده‌سازی به صورت زیر بنویسیم.

$$F = kQq\,\frac{۹\sqrt{۳}}{۱۶a^{۳}}\,\delta$$

حال طبق راهنمایی پایان سوال، فرکانس نوسانات کوچک بار q را بدست می‌آوریم.

$$\omega = \sqrt{\frac{kQq}{m}\frac{۹\sqrt{۳}}{۱۶a^{۳}}}$$

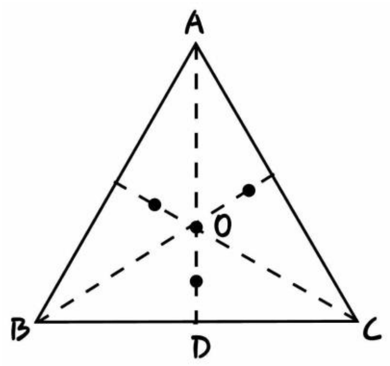
ی)

باز هم طبق تقارن می‌دانیم که جهت نیروی وارده به سمت پایین است و اندازه‌ی آن نیز برابر

$$F_D = \frac{kQq}{۳a^{۲}}$$

می‌باشد.

د)



شکل ۱

با توجه به جهت نیروی وارده بر بار آزمون q در قسمت‌های (الف) و (ی) و توجه به پیوستگی اندازه‌ی نیرو با حرکت به سمت نقطه‌ی D، می‌توان به این نکته رسید که در جایی بین دو نقطه‌ی O و D نیروی وارد بر بار آزمون صفر می‌شود. بر طبق همین استدلال و مطابق شکل ۱، در داخل مثلث ABC چهار نقطه‌ی تعادل برای بار آزمون q وجود دارد.

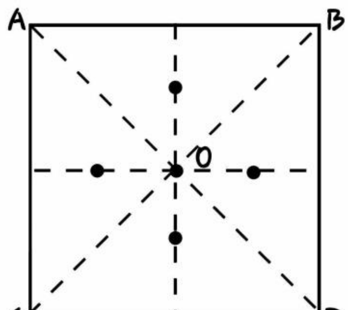
ظ)

اگر نقطه‌ی O را به عنوان مبدا انتخاب کنیم و فاصله در جهت را با نشان دهیم، می‌توانیم پتانسیل الکتریکی باز آزمون را مطابق رابطه‌ی زیر نوشت.

$$V(x)=\frac{kQ}{\sqrt{x^{۲}+\frac{۴}{۳}}}+\frac{kQ}{\sqrt{(x+۱)^{۲}+\frac{۱}{۳}}}+\frac{kQ}{\sqrt{(x-۱)^{۲}+\frac{۱}{۳}}}\approx kQ\sqrt{\frac{۳}{۴}}(۳+\frac{۹}{۱۶}x^{۲})$$

از رابطه‌ی بالا مشخص است که $V(x)\propto x^{۲}$ می‌باشد؛ پس نقطه‌ی O یک تعادل پایدار است.

ر)



شکل ۲

طبق استدلال قسمت (د) و مطابق شکل ۲، در داخل مربع $ABCD$ پنج نقطه‌ی تعادل برای بار آزمون q وجود دارد.

ف)

طبق پاسخ قسمت‌های (د) و (ر) احتمالن $N+۱$ نقطه‌ی تعادل وجود دارد!